Introdução à Computação Gráfica
Ray Tracing

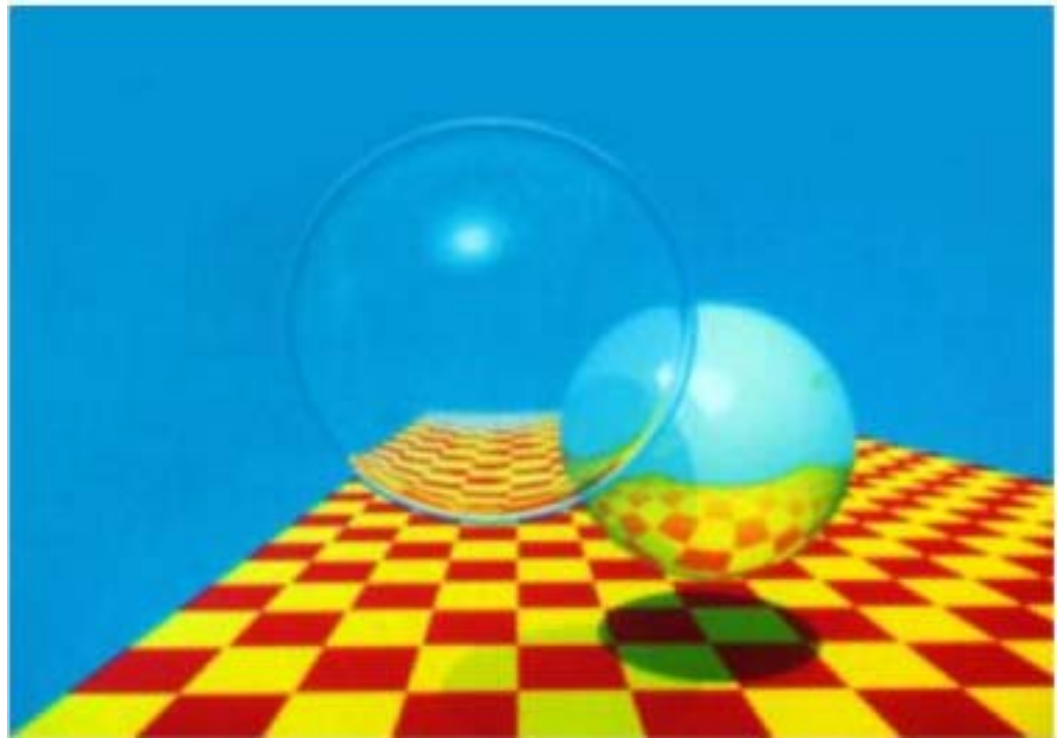
Claudio Esperança
Paulo Roma Cavalcanti

Características Principais

- Tipicamente implementado em Software
- Combina um modelo de iluminação com determinação de visibilidade
- Simula efeitos de iluminação global tais como
  - Sombras
  - Reflexão especular e refração recursivas
  - Acompanha vários caminhos da luz
- Desvantagens
  - Lento
  - Não simula reflexão difusa recursiva

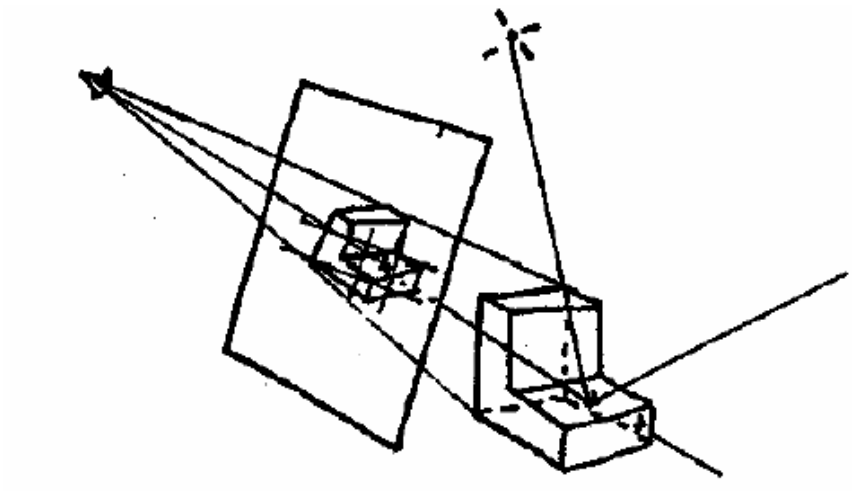
Contexto Histórico

- Trabalhos Seminais
  - Appel 68
  - Whitted 80
- Pesquisa
  - Uso de diferentes primitivas geométricas
  - Técnicas de aceleração
- Pesquisa recente
  - Ray tracing em tempo real
  - Arquiteturas para Ray tracing em HW



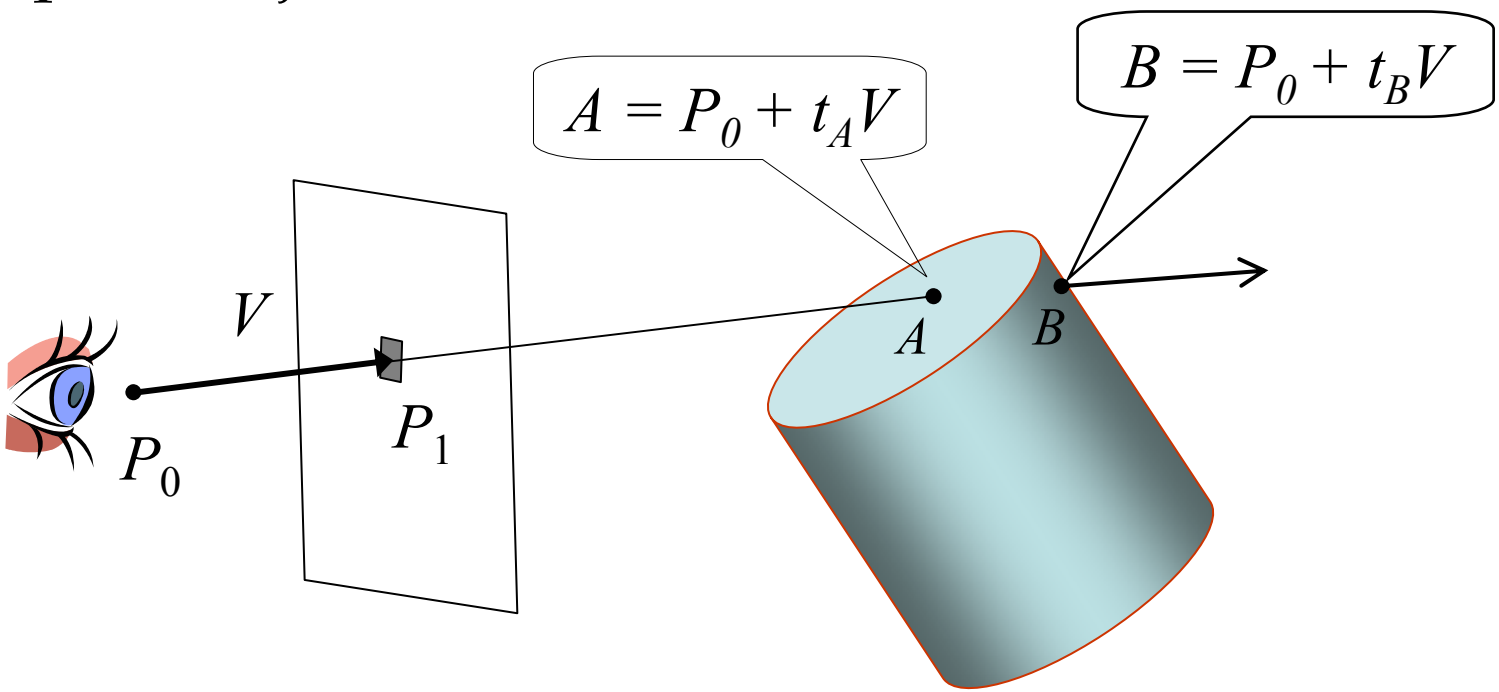
Ray Casting

- Introduzido por Appel (1968)
- Raios são lançados passando pelo olho e por cada pixel da imagem
  - Teste de interseção entre cada objeto da cena e raio
  - Pixel é pintado com cor do objeto mais próximo (do olho)
  - Sombras são calculadas lançando raios desde o ponto do objeto até a fonte de luz



Interseção Raio / Objeto

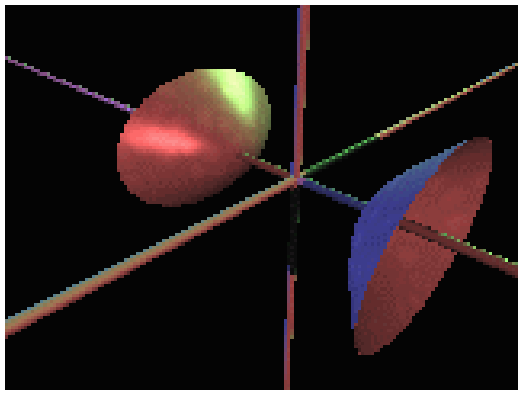
- Raio é modelado como uma reta em forma paramétrica: $R(t) = P_0 + t(P_1 - P_0) = P_0 + t\,V$
- Computa-se para quais valores do parâmetro t a reta intercepta o objeto



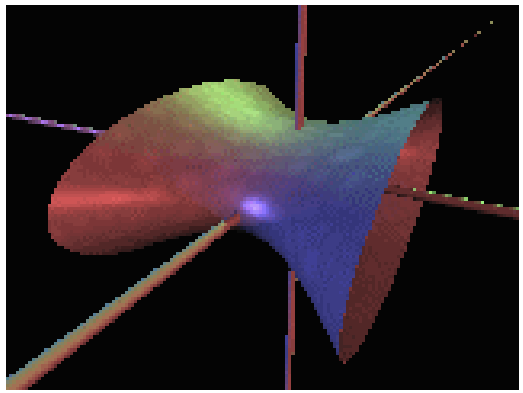
Objetos Implícitos

- Objeto implícito é dado por uma equação da forma $f(x, y, z) = 0$
- Muitas superfícies importantes podem ser modeladas como objetos implícitos principalmente os dados por equações polinomiais
  - Planos (grau 1)
  - Quádricas (grau 2)
    - elipsóides, cones, parabolóides, hiperbolóides
  - Quárticas (grau 4)
    - Toros

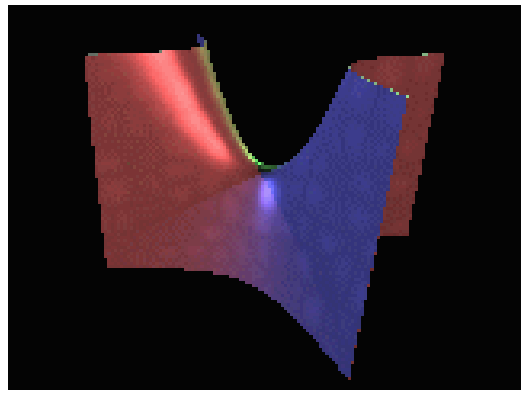
Quádricas



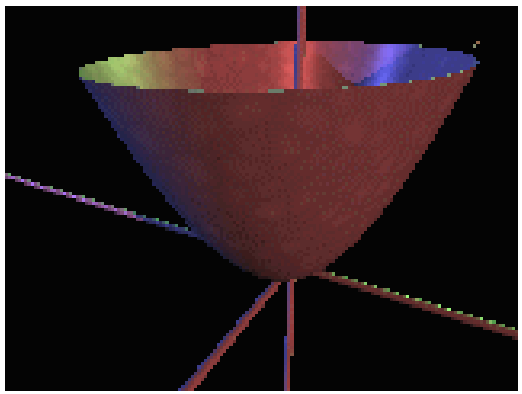
Hiperbolóide
de duas folhas



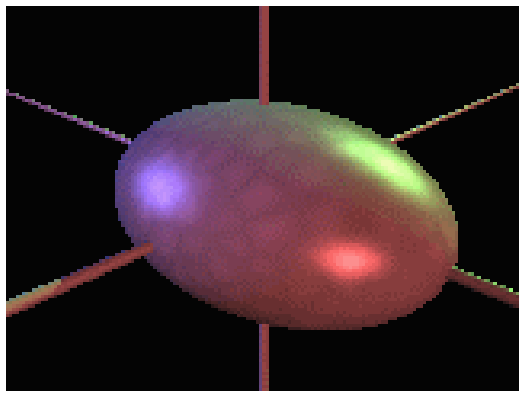
Hiperbolóide
de uma folha



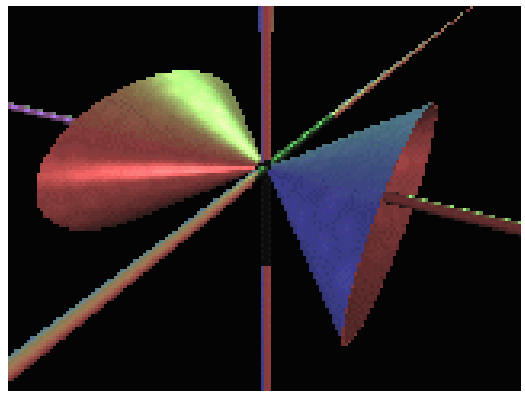
Paraboloide
Hiperbólico



Paraboloide
de revolução



Elipsóide



Cone (Hiperbolóide
degenerado)

Interseção Raio / Objeto Implícito

- Raio é modelado em forma paramétrica:

  $R(t) = [R_x(t)\ R_y(t)\ R_z(t)]^T$

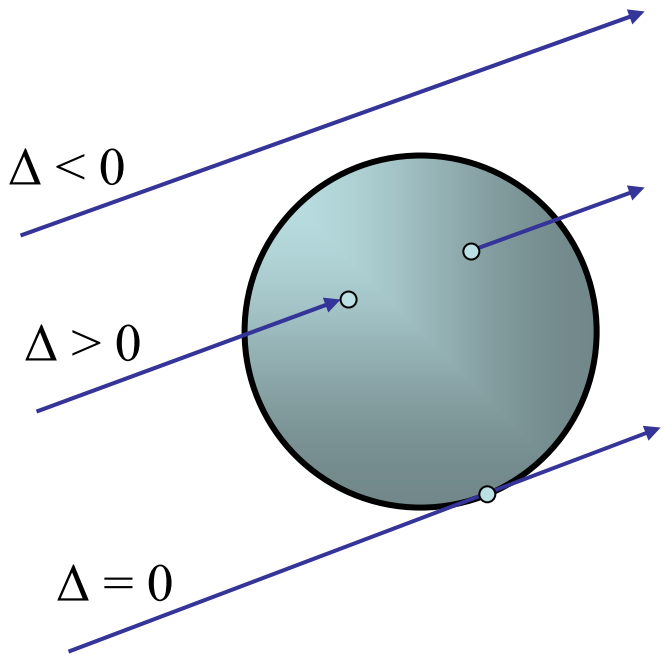
- Logo, os pontos de interseção satisfazem

  $f(R_x(t), R_y(t), R_z(t)) = 0$

- Basta resolver a equação para determinar o(s) valor(es) de t que a satisfazem

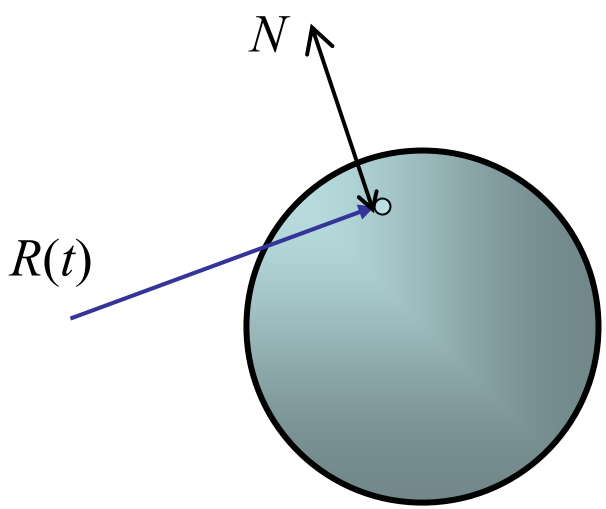
Exemplo: Interseção com Esfera

- Esfera de raio 1 centrada na origem:
  $x^2 + y^2 + z^2 - 1 = 0$
- Raio parametrizado como:
  $[V_x t+P_x \;\; V_y t+P_y \;\; V_z t+P_z]^T$
- Logo,
  $(V_x t+P_x)^2+(V_y t+P_y)^2+(V_z t+P_z)^2-1=0$
  ou
  $at^2 + bt + c = 0$
  onde
  $a = V_x^2 + V_y^2 + V_z^2$
  $b = 2\,(V_x P_x + V_y P_y + V_z P_z)$
  $c = P_x^2 + P_y^2 + P_z^2 - 1$
- Seja $\Delta = b^2 - 4ac$, então $t = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$



Computando a Normal no Ponto de Interseção

- Normal é dada pelo gradiente no ponto de interseção

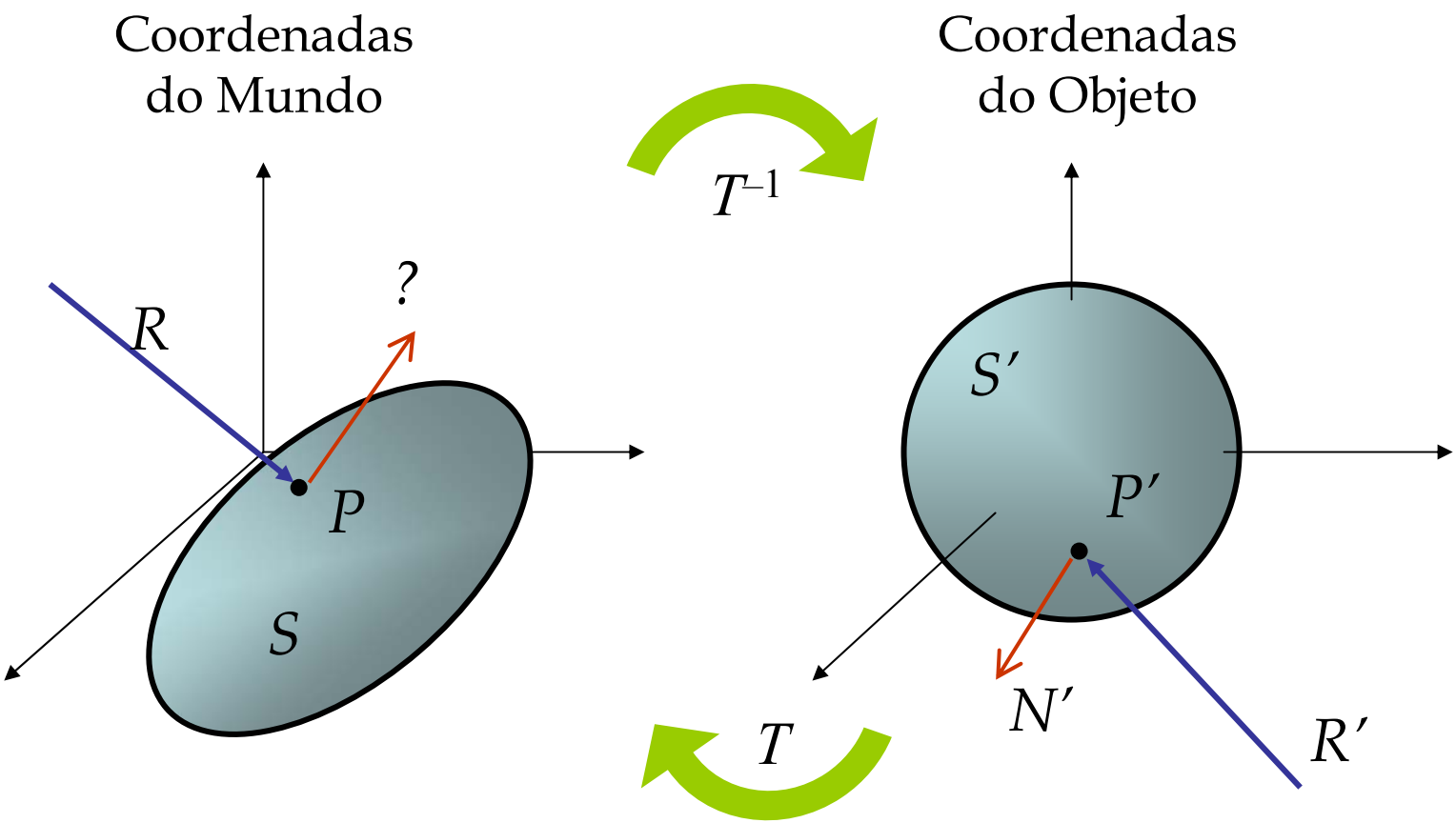


$$N = \begin{bmatrix} \partial f / \partial x \\ \partial f / \partial y \\ \partial f / \partial z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2x \\ 2y \\ 2z \end{bmatrix}$$

Interseção com Objetos Transformados

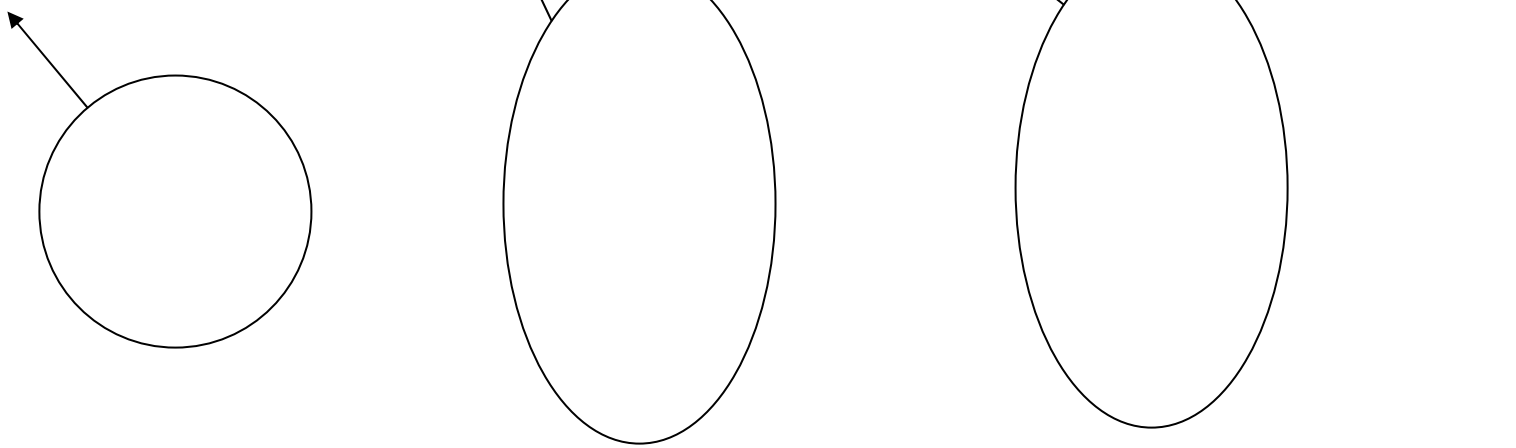
- As rotinas de interseção normalmente lidam com objetos primitivos de tamanho, posição e orientação fixas (ex.: esfera de raio unitário na origem)
- Para obter objetos genéricos, usa-se transformações lineares afim
- Para computar a interseção de um raio R com um objeto transformado $S = T\,S'$:
  - Leva-se o raio para o sistema de coordenadas da primitiva: $R' = T^{-1}\,R$
  - Computa-se o ponto P' resultante da interseção $R' \times S'$
  - O ponto de interseção é trazido de volta ao sistema de coordenadas do mundo: $P = T\,P'$

Interseção com Objetos Transformados



Transformando Normais

- Ao contrário do que nossa intuição indica, $N' \neq T\,N$
- Por quê?



Transformando Normais

- Se a transformação não envolve deformação, isto é, é composta apenas de transformações rígidas e escalas uniformes, ela pode ser aplicada também à normal
- Para transformações afim genéricas, entretanto, $N' = (T^{-1})^{\mathrm{T}} N$
- Prova:
  - Queremos que N' seja perpendicular a qualquer vetor V'' sobre o plano tangente à superfície: $N' \cdot V' = 0$
  - Sabemos que $V' = T V$
  - Então, $N' \cdot (T V) = 0$ ou, $(N' \cdot T) V = 0$
  - Como o produto escalar de dois vetores A e B denotados por matrizes coluna pode ser escrito $A^{\mathrm{T}} B$, então, $N'^{\mathrm{T}} T V = 0$
  - Como $A = A^{\mathrm{TT}}$, então $N'^{\mathrm{T}} T^{\mathrm{TT}} V = 0$
  - Lembrando que $(AB)^{\mathrm{T}} = B^{\mathrm{T}} A^{\mathrm{T}}$ então $(T^{\mathrm{T}} N')^{\mathrm{T}} V = 0$ ou $(T^{\mathrm{T}} N') \cdot V = 0$
  - Portanto, $(T^{\mathrm{T}} N') = N$
  - Resolvendo para N'temos $N' = (T^{-1})^{\mathrm{T}} N$

Interseção com Planos

- Plano em forma implícita

  $Ax + By + Cz + D = 0$

- Se queremos um plano que passa por um ponto Q e tem normal N podemos escrever

  $(P - Q) \cdot N = 0$

- Resolução da forma habitual
- Entretanto, normalmente não temos planos ilimitados, mas sim polígonos planares!

Interseção com Triângulos

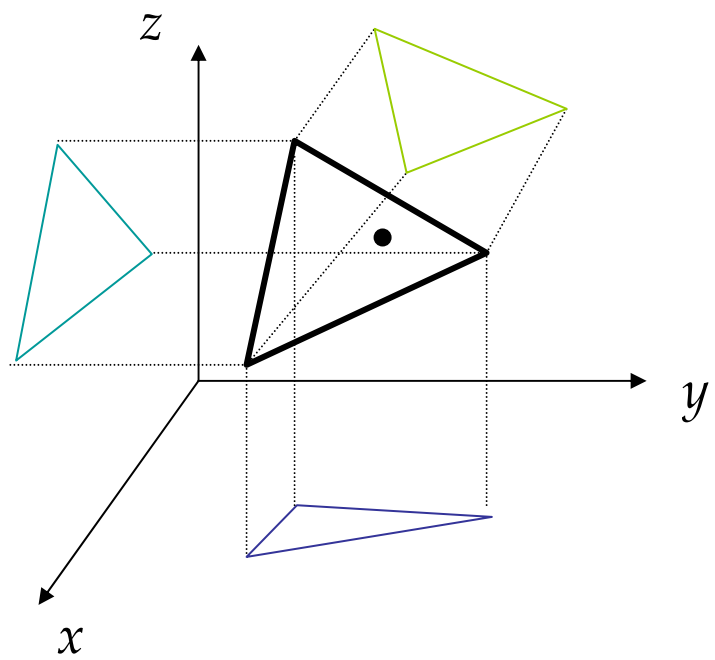
- Computa-se interseção com o plano que contém o triângulo
- O ponto de interseção está dentro do triângulo?
- O teste é feito sobre a projeção do triângulo sobre um dos planos coordenados (x-y, y-z ou x-z)
- Qual? Escolhe-se o plano para o qual a projeção tem maior área

  $Ax + By + Cz + D = 0$

  Se $|A| > |B|, |C| \rightarrow$ plano y-z

  Se $|B| > |A|, |C| \rightarrow$ plano x-z

  Se $|C| > |A|, |B| \rightarrow$ plano x-y

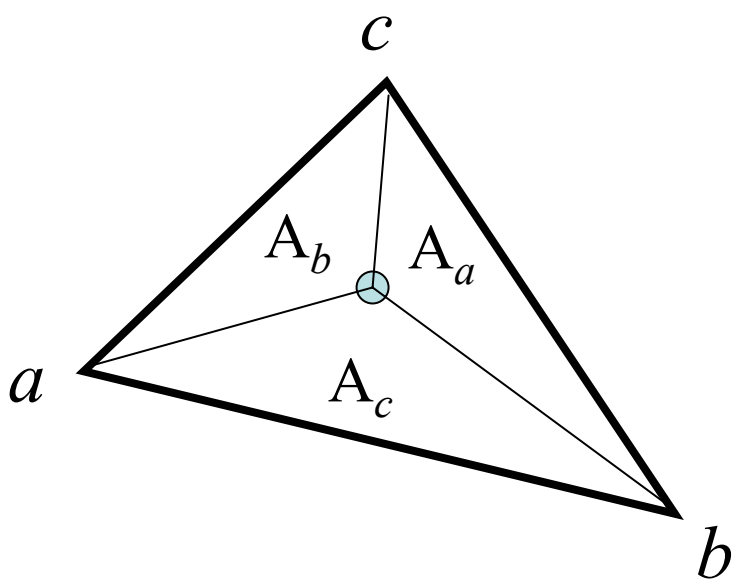


Interseção com Triângulos

- Como determinar se o ponto está dentro do triângulo?
- Uma idéia é computar as coordenadas baricêntricas do ponto de interseção:

  $P = \alpha a + \beta b + \gamma c$, onde

  $\alpha + \beta + \gamma = 1$
- P está dentro do triângulo sse P é uma combinação convexa de a, b, c, isto é, $0 \leq \alpha,\beta,\gamma \leq 1$
- As coordenadas baricêntricas correspondem às áreas relativas dos triângulos que unem o baricentro aos vértices



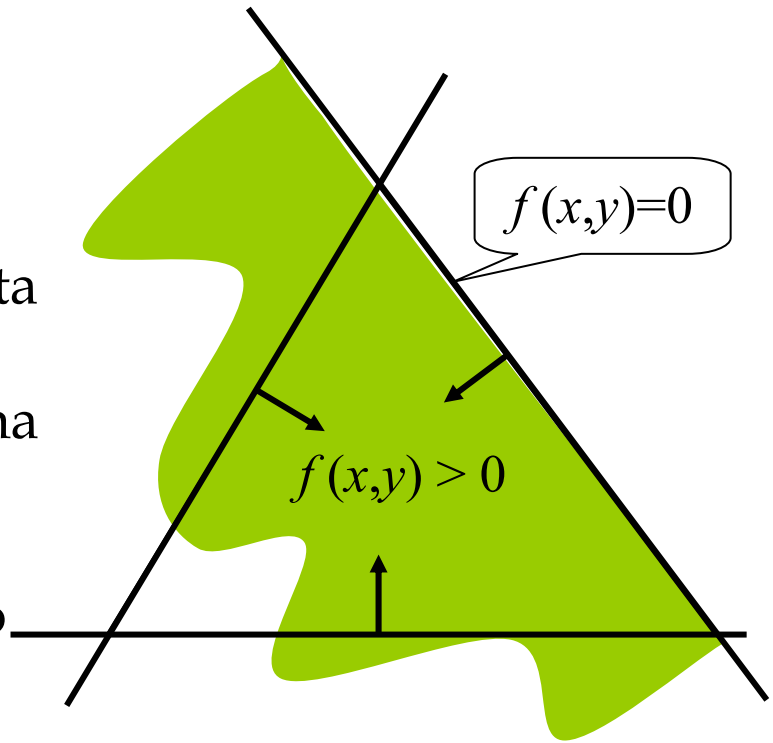
$\alpha = A_a / A$

$\beta = A_b / A$

$\gamma = A_c / A$

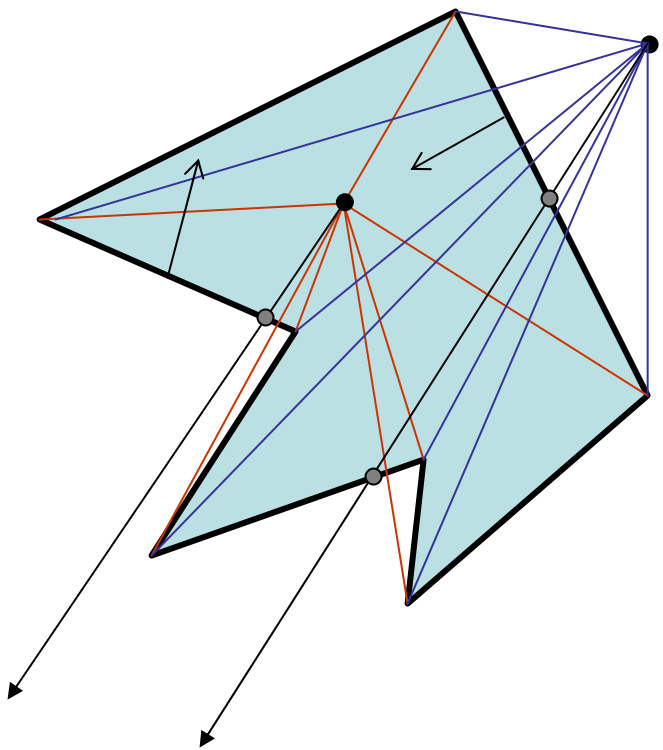
Interseção com Polígonos Convexos

- Uma outra idéia que também funciona com qualquer polígono convexo é considerar o polígono a interseção de semiespaços planos em 2D
- Cada aresta é colinear com uma reta dada por $f(x,y) = ax + by + c = 0$
- Pode-se escolher a, b e c de tal forma que o interior do polígono corresponda a $f(x,y) > 0$
- Para saber se o ponto de interseção está no interior (ou na borda) do polígono, basta testar o ponto com relação a todas as arestas



Interseção com Polígonos Quaisquer

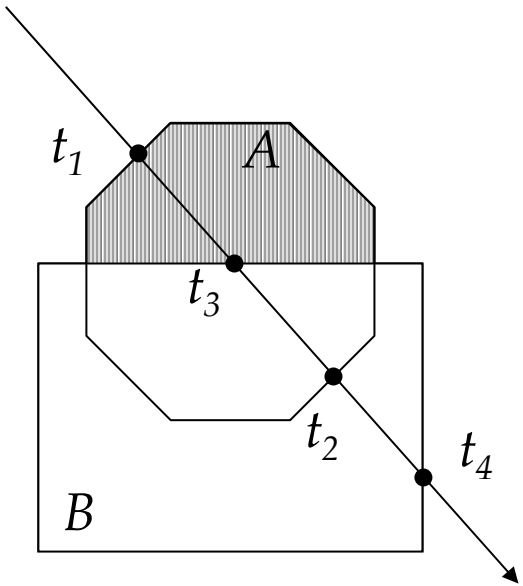
- Diversos métodos
  - Soma dos ângulos
    - Dentro: 360º
    - Fora: 0º
  - Regra de paridade (teorema de Jordan)
  - Ray-Casting em 2D
    - Semelhante à regra de paridade
    - Apenas a normal da aresta mais próxima é examinada

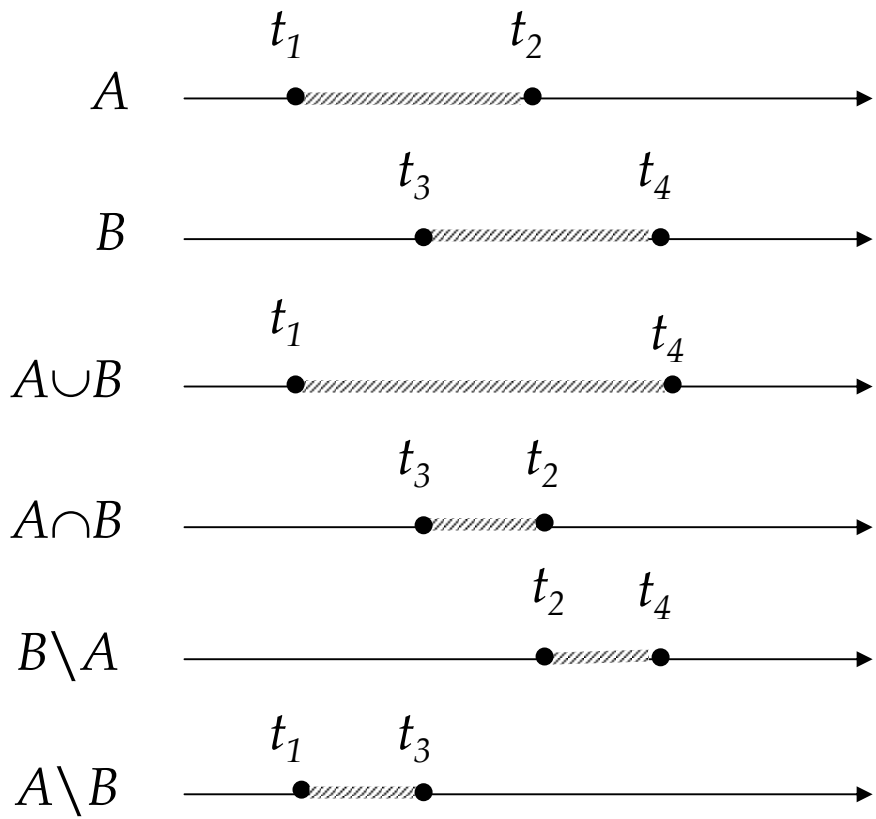


Interseção com Sólidos CSG

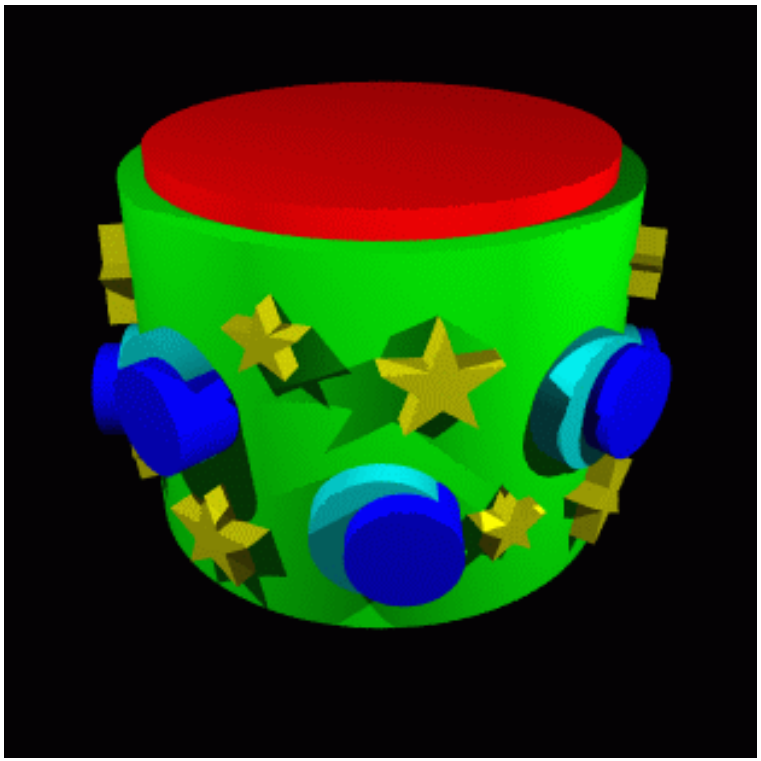
- Ray-tracing provê um método direto de visualização de sólidos CSG (sem avaliação de bordo)
- A interseção com primitivas é feita como antes, mas todos os pontos interseção são guardados
  - O resultado é uma estrutura de dados que registra os intervalos em que o raio está dentro, fora, ou na fronteira da primitiva
- Para computar as operações de conjunto ($\cap$, $\cup$, $\setminus$) os intervalos são combinados de maneira apropriada

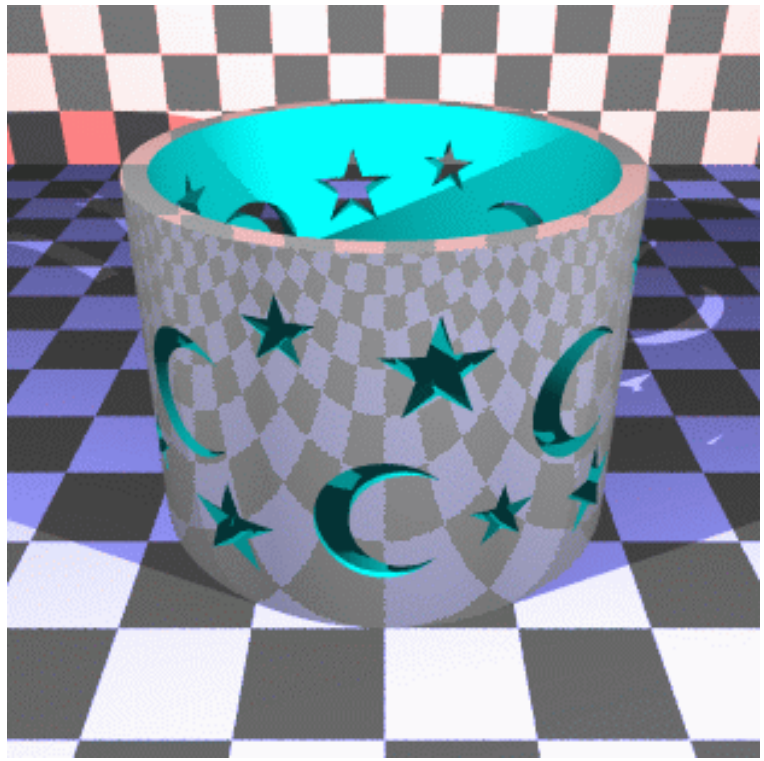
Interseção com Sólidos CSG





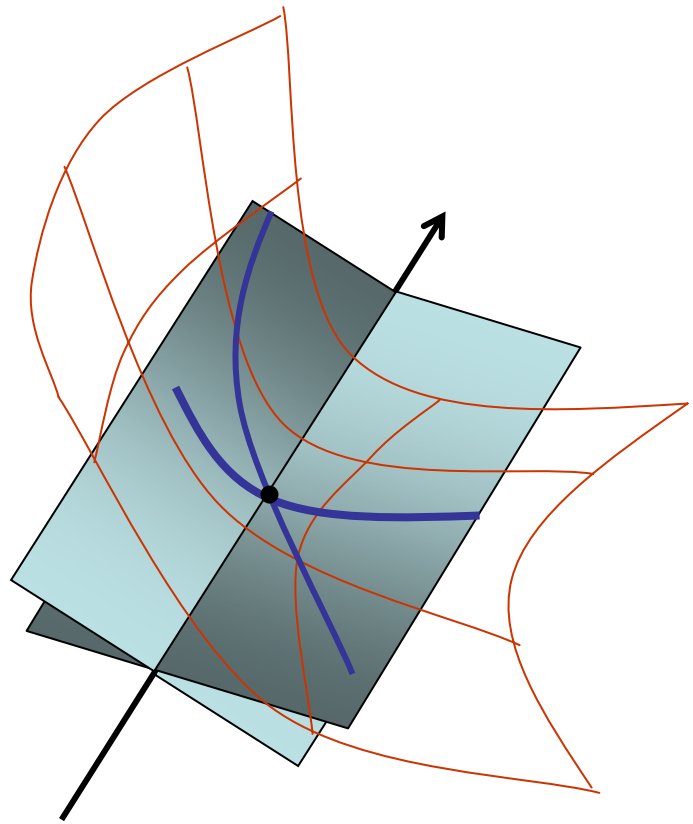
Ray Tracing de Sólidos CSG





Interseção com Superfícies Paramétricas

- Superfícies paramétricas são dadas por
  $S(u, v) = [S_x(u,v)\ S_y(u,v)\ S_z(u,v)]^T$
- Raio é representado como a interseção de dois planos
  $A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$
  $A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$
- Substituindo, temos
  $A_1S_x(u,v) + B_1S_y(u,v) + C_1S_z(u,v) + D_1 = 0$
  $A_2S_x(u,v) + B_2S_y(u,v) + C_2S_z(u,v) + D_2 = 0$
- Cada equação representa uma curva de interseção



Interseção com Superfícies Paramétricas

- Ponto de interseção computado resolvendo um sistema de 2 equações com 2 incógnitas
  - Se equações são polinomiais, pode-se usar eliminação ou outras técnicas algébricas
    - Exemplo: 2 equações cúbicas podem ser transformadas em uma equação de sexto grau [Kajiya]
  - Pode-se também usar métodos numéricos
    - Método de iteração de Newton [Toth]
- Procedimentos muito dispendiosos
  - Usar métodos de aceleração

Outros Objetos

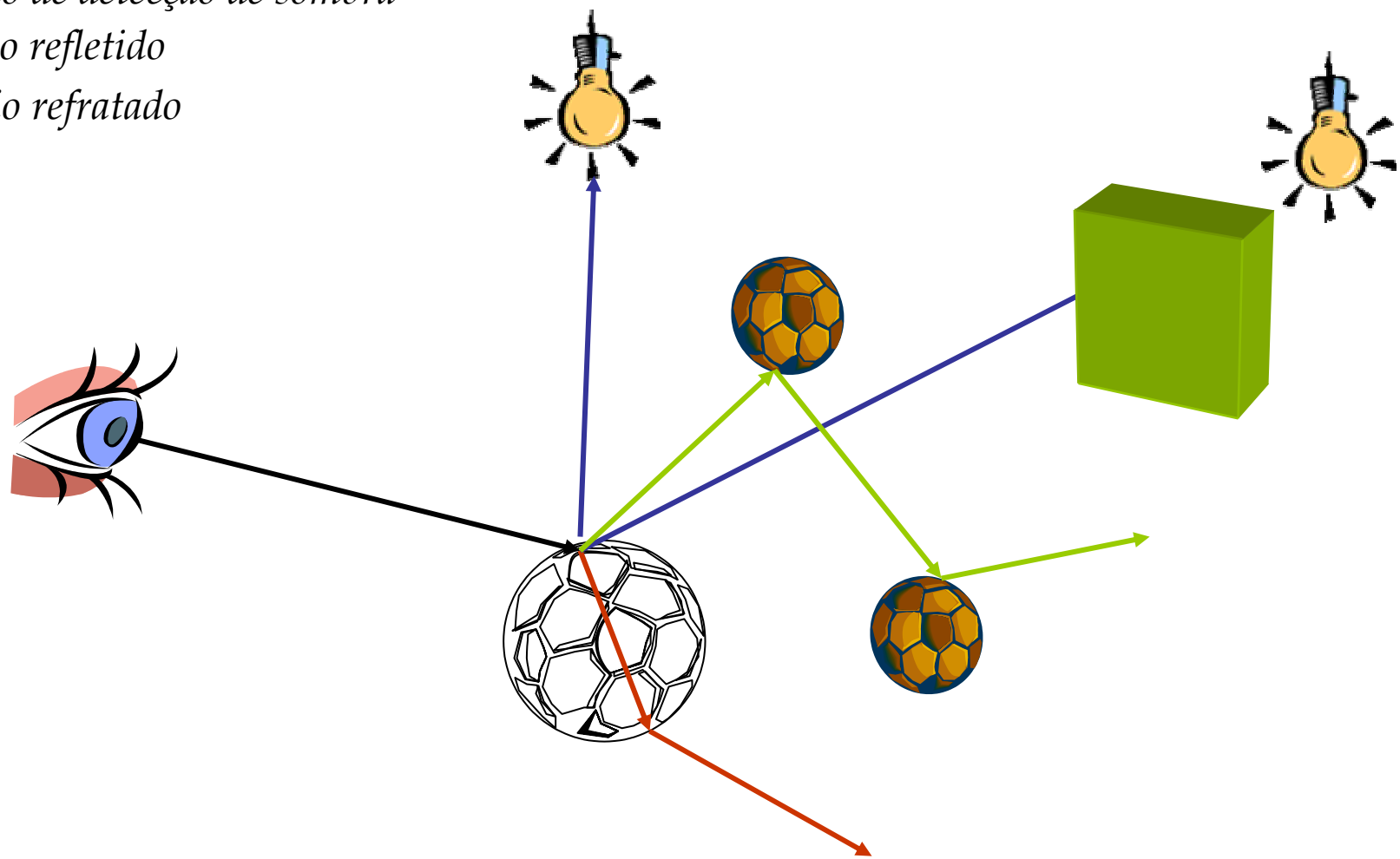
- Superfícies de varredura (*sweep*)
  - Translação (cilíndrica / cônica)
  - Revolução
  - Varredura genérica
- Terrenos (*height fields*)
- Blobs (superposição de campos escalares exponenciais)

Ray Tracing Recursivo

- Introduzido por Turner Whitted: *"An Improved Illumination Model for Shaded Display"* (1980)
- Idéia de traçar os raios de luz desde as fontes até o olho existia há muito tempo (*Forward Ray Tracing*)
- Whitted mostra como computar um modelo de iluminação aproximado acompanhando os raios de luz que chegam ao olho no sentido inverso (*Backward Ray Tracing*)

Ray Tracing Recursivo

- *Raio de visibilidade*
- *Raio de detecção de sombra*
- *Raio refletido*
- *Raio refratado*



Ray Tracing Recursivo

- Para cada pixel da imagem
  - Calcular raio que passa pelo pixel e pelo olho
  - Determinar objeto atingido pelo raio
    - Ponto de interseção
    - Normal
    - Propriedades de material
    - Propriedades de textura
  - Computar contribuição da iluminação ambiente
  - Para cada fonte de luz, determinar visibilidade (raios de detecção de sombra)
    - Se fonte visível, somar contribuição reflexão difusa
  - Se limite de recursão não foi atingido
    - Somar contribuição reflexão especular acompanhando raio refletido
    - Somar contribuição de transmissão acompanhando raio refratado

Técnicas de Aceleração

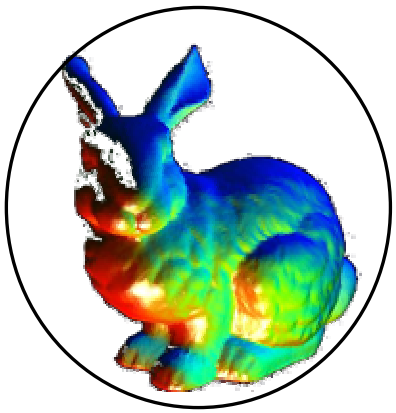
- O que faz com que o Ray Tracing seja lento?
  - Número de interseções entre raios e objetos
  - Custo de cada cálculo de interseção

Técnicas de Aceleração

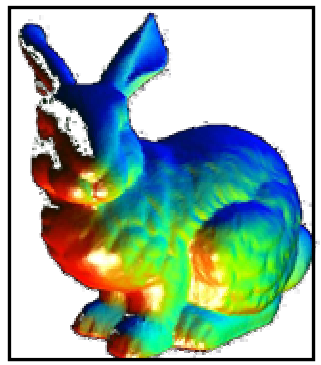
- Reduzir o número de interseções
  - Hierarquias de volumes limitantes
  - Subdivisão espacial
- Aceleração dos cálculos de interseções
  - Volumes limitantes
  - Especialmente superfícies paramétricas
- Determinar mais rapidamente o primeiro objeto interceptado (visibilidade)
  - Usar hardware gráfico (z-buffer)

Volumes Limitantes

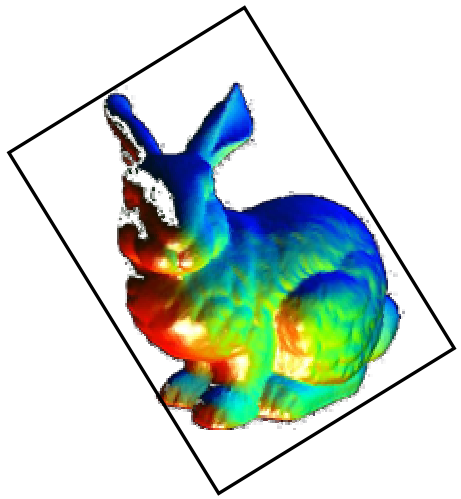
- Objetos complexos são envolvidos em objetos simples cujo cálculo de interseção é + fácil
- Serve para eliminar objetos que não interceptam raio



Esfera
+Rápida, mas pouco justa



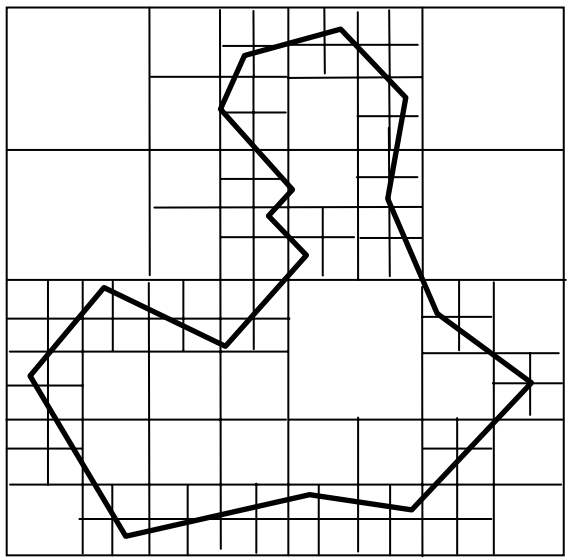
Caixa Alinhada com Eixos:
Rápido, justo

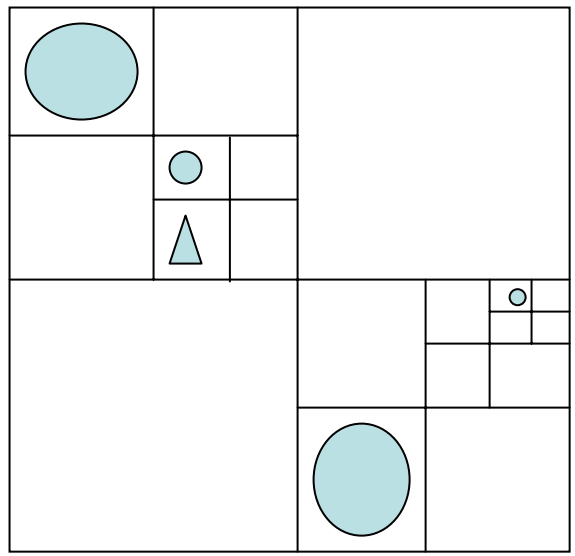


Caixa Orientada
Rápida, +justa

Hierarquias de Volumes

- Podem ser aplicadas aos próprios objetos ou a cenas
- Raios são recursivamente testados com relação aos nós da árvore
  - Nós + próximos do olho são testados primeiro
  - Nós vazios são trivialmente rejeitados





Usando Hardware para determinar Visibilidade

- Hardware é geralmente mais rápido que software
- Desenha-se os objetos usando acelerador gráfico
- O valor de profundidade armazenado no z-buffer pode ser usado para determinar as coordenadas do mundo dos objetos mais próximos
  - Um teste exato é feito apenas sobre esses objetos
- Uma outra idéia é usar uma cor para desenhar cada objeto (*item buffer*)
  - A cor vai designar qual o objeto mais próximo
- Essas técnicas podem ser usadas em qualquer estágio do ray tracing