

Introdução à Computação Gráfica

Cor

Claudio Esperança
Paulo Roma Cavalcanti

Cor

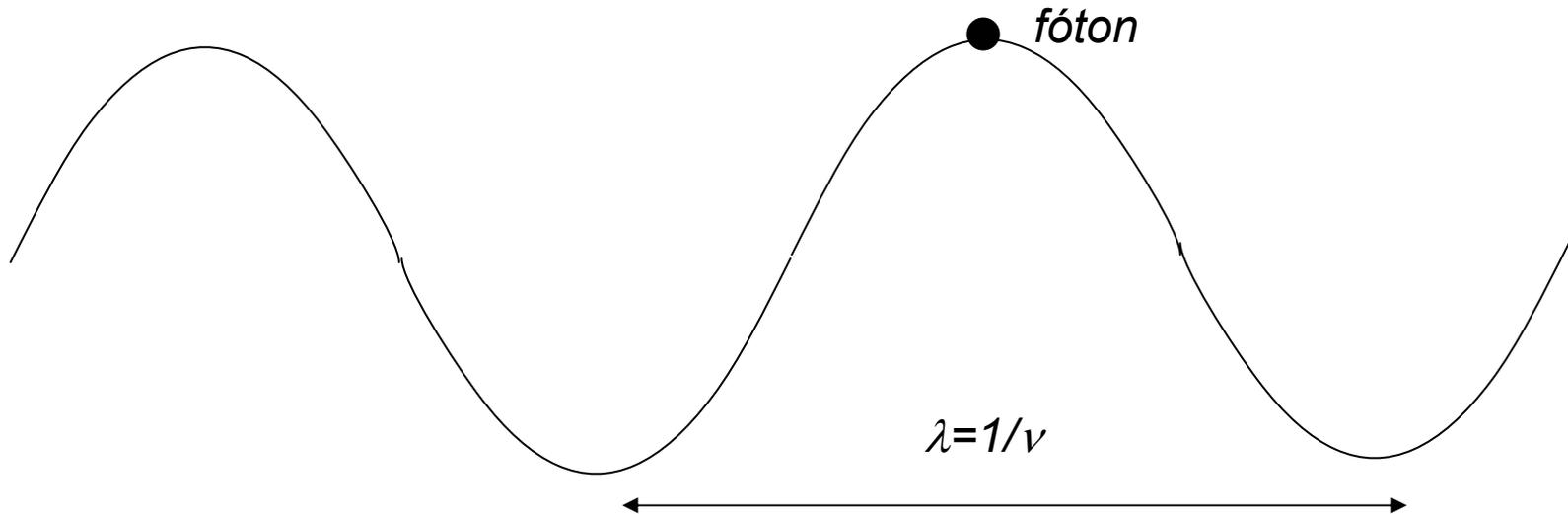
- O que é cor?
 - ◆ Cor é uma **sensação** produzida no nosso cérebro pela luz que chega aos nossos olhos.
 - ◆ É um problema psico-físico.

Paradigmas de Abstração

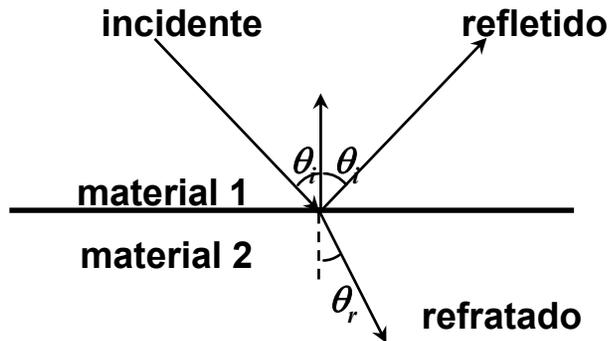
- Universos: físico \rightarrow matemático \rightarrow representação \rightarrow codificação.
- Luz \rightarrow modelo espectral \rightarrow representação tricromática \rightarrow sistemas de cor.

Modelo Espectral de Cor

- Luz é uma **radiação** eletro-magnética que se propaga a 3×10^8 km/s ($E = h \cdot \nu$, $c = \lambda \cdot \nu$).
 - ♦ h é a constante de Planck (6.626×10^{-34} J·s).
- Luz branca é uma mistura de radiações com diferentes comprimentos de onda.



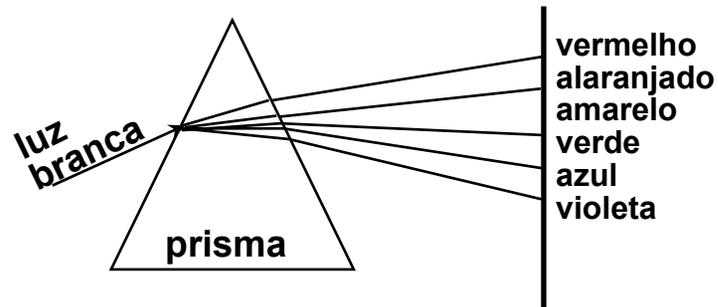
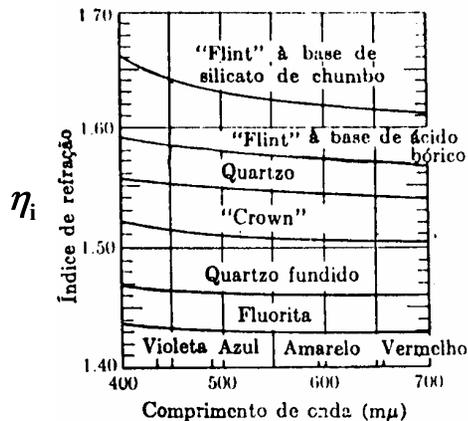
Reflexão e Refração



$$\text{sen } \theta_r = \frac{\eta_2}{\eta_1} \text{ sen } \theta_i$$

lei de Snell
(1621)

$$\eta_i = \frac{\text{velocidade da luz no vácuo}}{\text{velocidade da luz no material } i}$$



luz branca (acromática) tem todos os comprimentos de onda

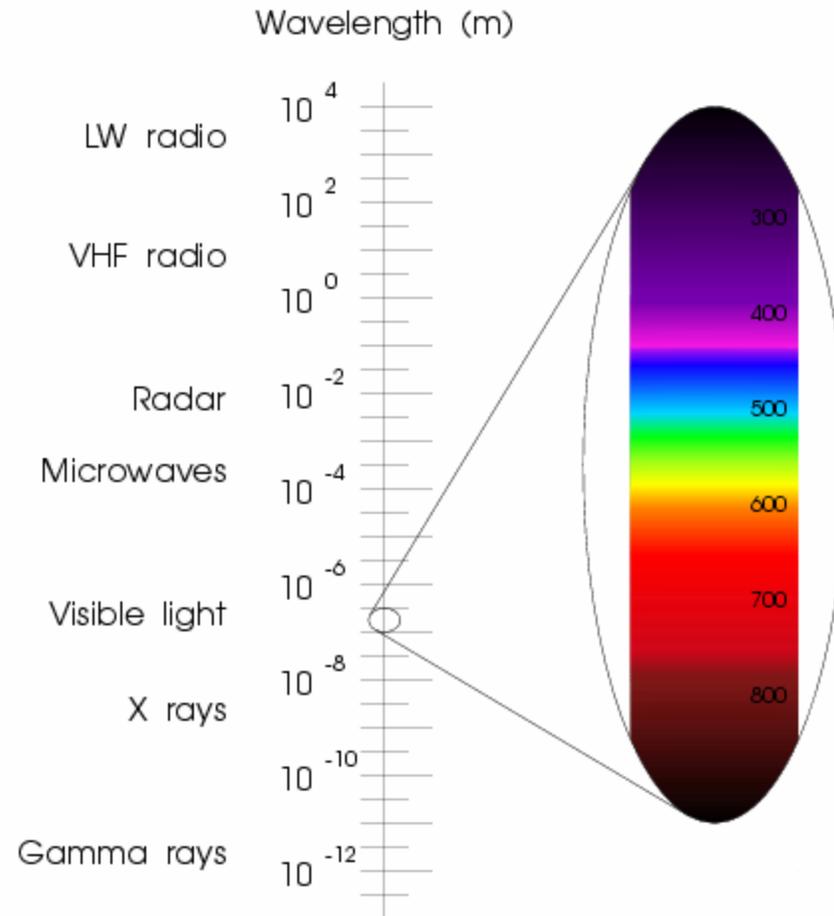
Newton

Modelo Matemático de Cor

- Universo matemático é o conjunto D de todas as funções de distribuição espectral.
- Função de **distribuição espectral** relaciona: comprimento de onda com uma grandeza radiométrica.

$$D = \left\{ f : U \subset \mathfrak{R}^+ \rightarrow \mathfrak{R}^+ \right\}$$

Espectro Visível

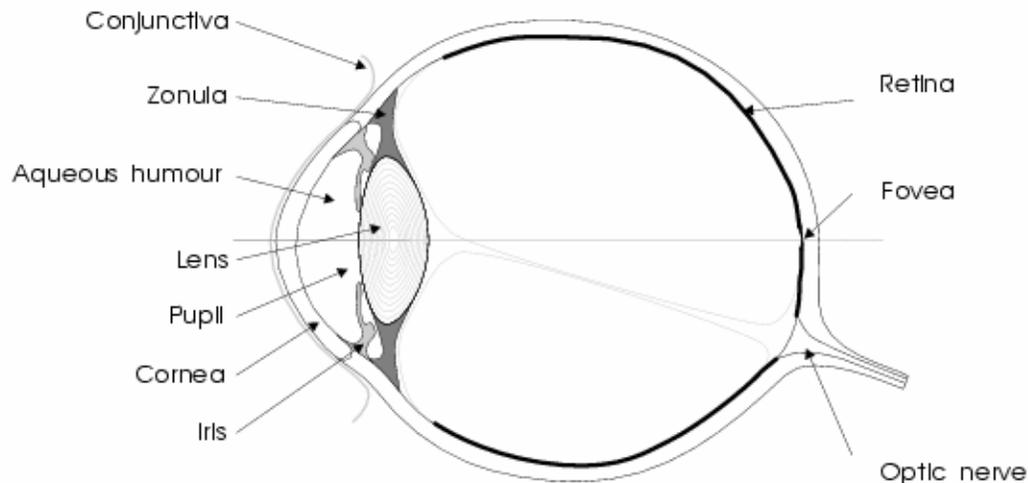


Luz Visível

Range (nm)	Colour
380 – 450	Violet
450 – 490	Blue
490 – 560	Green
560 – 590	Yellow
590 – 640	Orange
640 – 730	Red

Sistemas Físicos de Cor

- O olho é um sistema físico de processamento de cor (sistema refletivo).
 - ◆ Similar a uma câmera de vídeo.
 - ◆ Converte luz em impulsos nervosos.



Percepção de Cor

- Diferente para cada espécie animal.
- Dentre os mamíferos, só o homem e o macaco enxergam cores.
- Aves têm uma visão muito mais acurada do que a nossa.

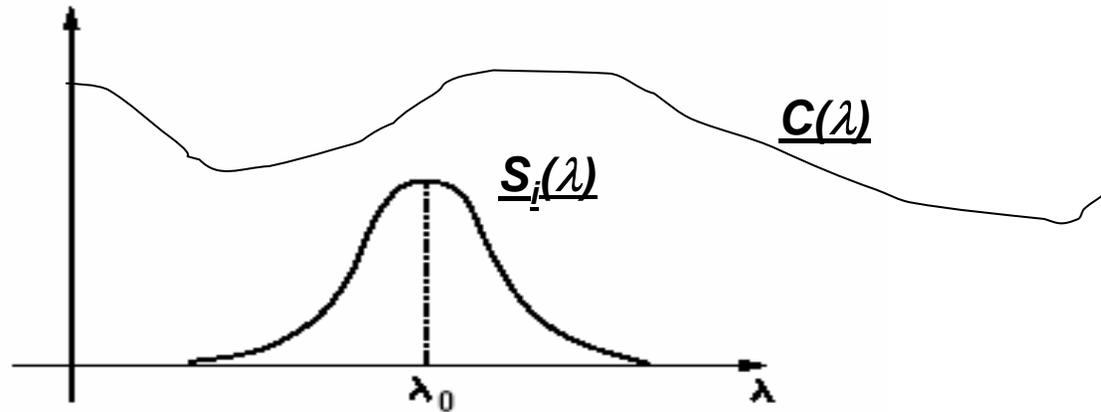
Representação

- Amostragem gera uma representação **finita** de uma função de distribuição espectral.
- Todo sistema refletivo possui um número **finito** de sensores, que fazem uma amostragem em n faixas do espectro.

Amostragem

$$C(\lambda) \rightarrow (c_1, c_2, \dots, c_n), c_i = \int_0^{\infty} C(\lambda) s_i(\lambda) d\lambda$$

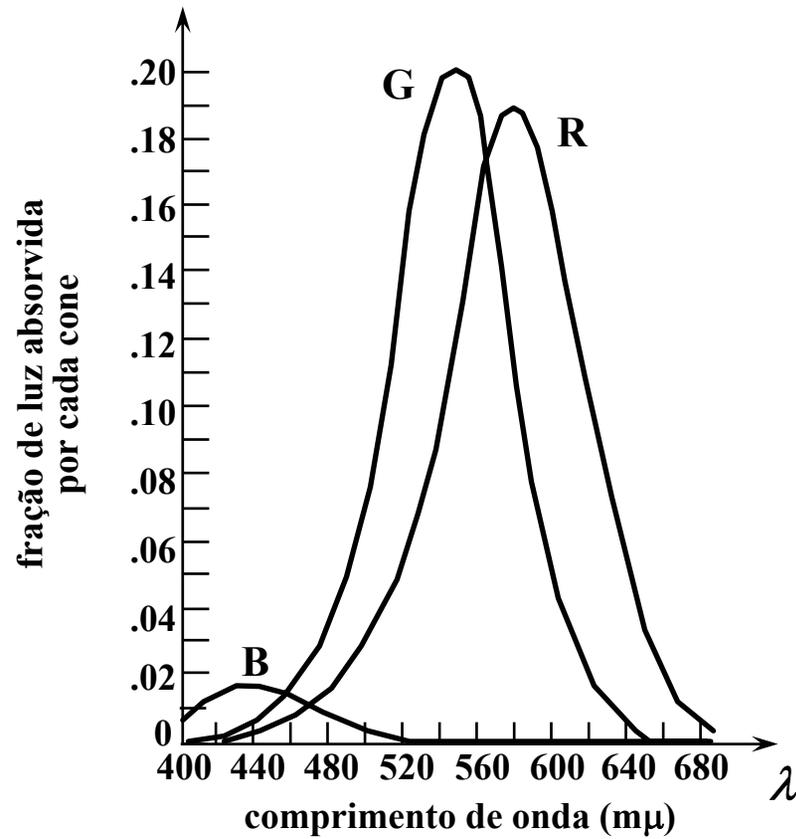
- $s_i(\lambda)$ é a função de resposta espectral do i-ésimo sensor.



Sistema Visual Humano

- Dois tipos de células receptoras com sensibilidades diferentes: cones e bastonetes.
 - ◆ Bastonetes → luz de baixa intensidade (sem cor).
 - ◆ Cones → luz de média e alta intensidade (com cor).
- Três tipos de cones que amostram: comprimento de onda curto (azul), médio (verde) e longo (vermelho).

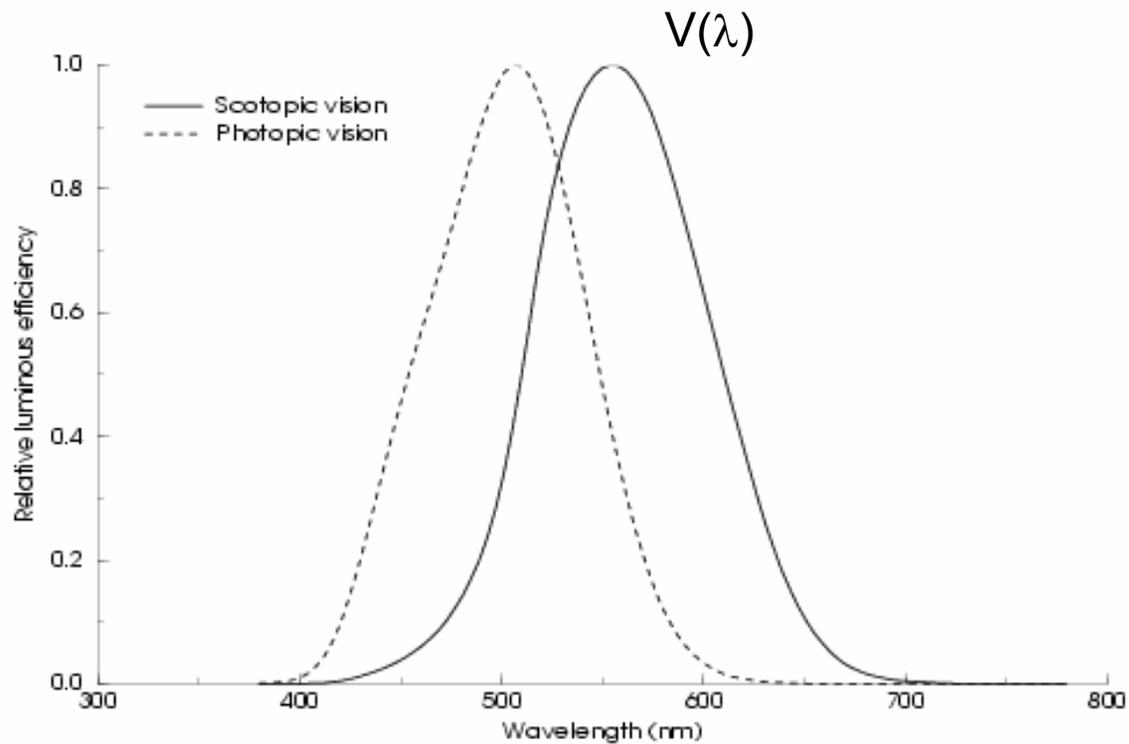
Tipos de Cones



Eficiência Luminosa

- Brilho aparente varia com o comprimento de onda.
- Pico do brilho é diferente para níveis baixos (bastonetes), médios e altos (cones).
 - ◆ Máximo na faixa do verde.

Eficiência Luminosa Relativa

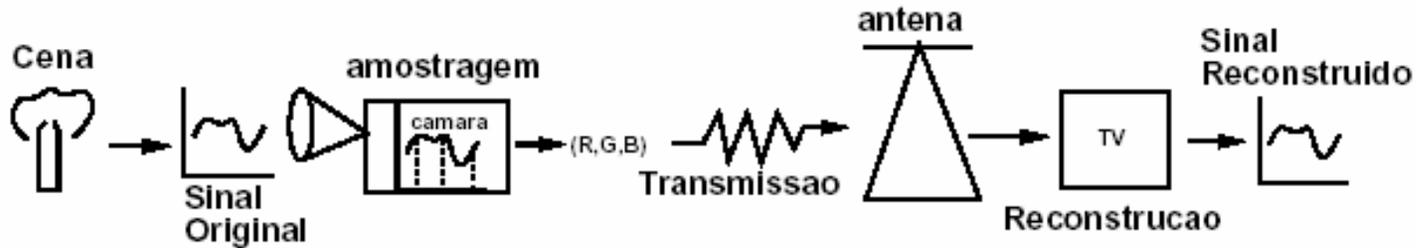


Sistemas Emissivos

- Sistemas **emissivos** reconstroem cores a partir de emissores que formam uma base de primárias, P_k

$$C_r(\lambda) = \sum_{k=1}^n c_k P_k(\lambda).$$

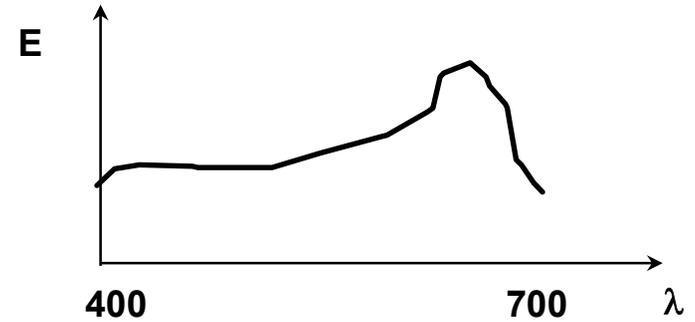
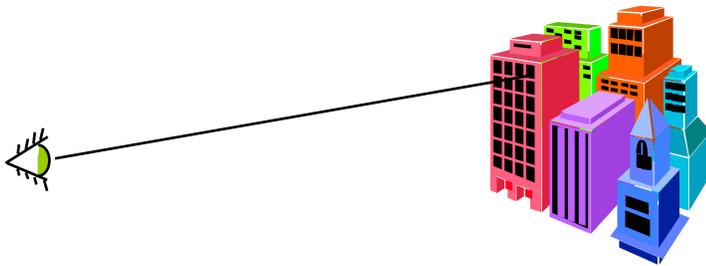
Amostragem e Reconstrução



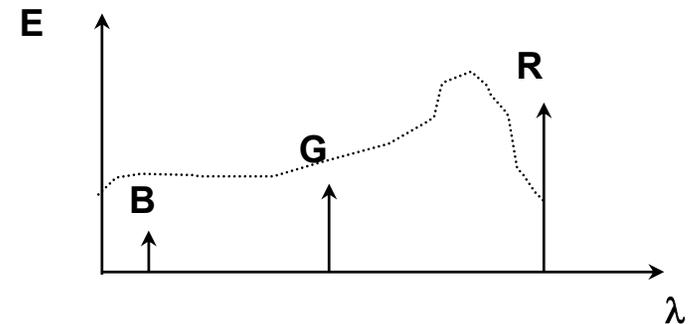
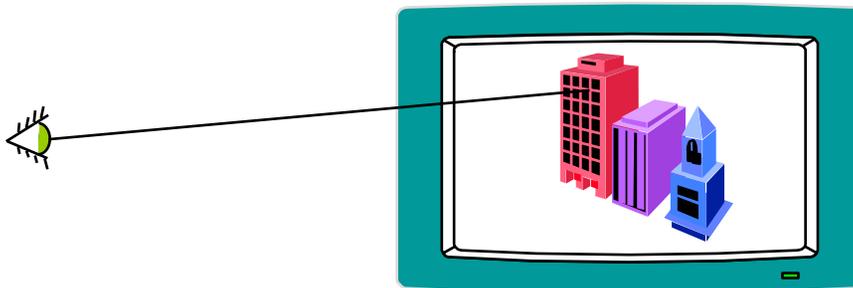
- A cor reconstruída deve ser perceptualmente igual a cor original.
 - ◆ É possível devido ao **metamerismo**.
 - ◆ Cores metaméricas são perceptualmente idênticas.

O Problema De Reprodução De Cor Em CG

Mundo Real



Espaço Virtual



- mesma sensação de cor \Rightarrow Metamerismo
- só distingue 400 mil cores ($< 2^{19}$) \Rightarrow 19 bits deveriam ser suficientes

Representação Discreta de Cor

- O espaço de todas as distribuições espectrais possui dimensão **infinita**.
- Representação **finita** requer um processo de amostragem.
 - ◆ Aproxima um espaço de dimensão infinita por um espaço de dimensão finita (há perda de informação).
- Pode-se utilizar um vetor de dimensão finita na representação discreta de cor.

$$R : f \in D \rightarrow (f(x_1), f(x_2), \dots, f(x_n)) \in \mathfrak{R}^n$$

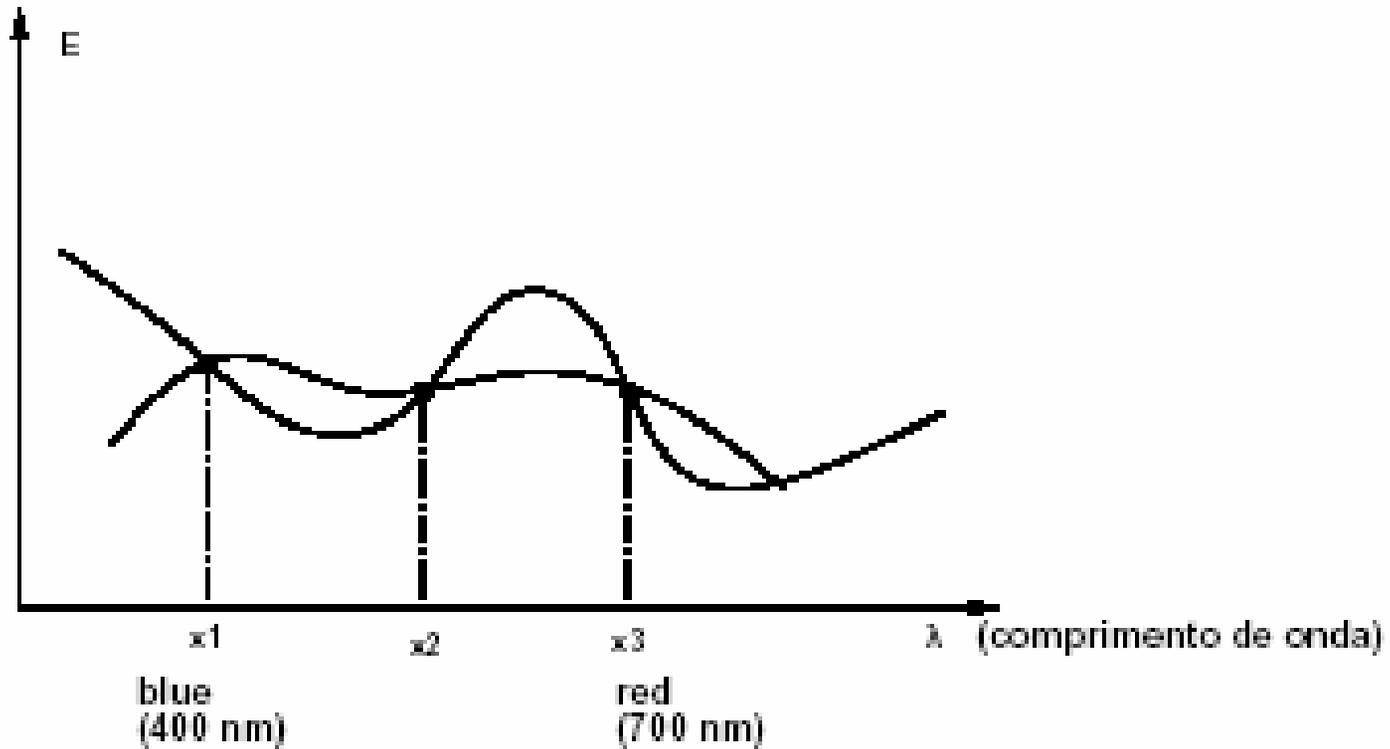
Espaço Perceptual de Cor

- Representação define uma transformação linear.
 - ♦ De acordo com os experimentos de Young em 1807.

$$R(af_1 + bf_2) = aR(f_1) + bR(f_2)$$

- Espaço perceptual de cor é de dimensão 3.
- Representação discreta associa um conjunto de distribuições espectrais ao mesmo ponto do \mathbb{R}^3 (metamerismo).

Metamerismo



Reconstrução de Cor

- Dados
 - ◆ Uma função de distribuição espectral $C(\lambda)$,
 - ◆ Um sistema emissivo com base P_k
 - ◆ E um sistema refletivo,
- Como calcular as componentes na base de primárias de forma a que a cor reconstruída seja perceptualmente equivalente a cor original?

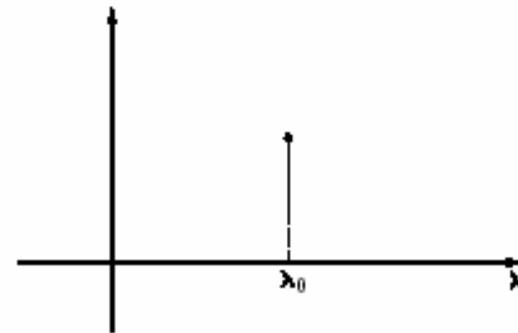
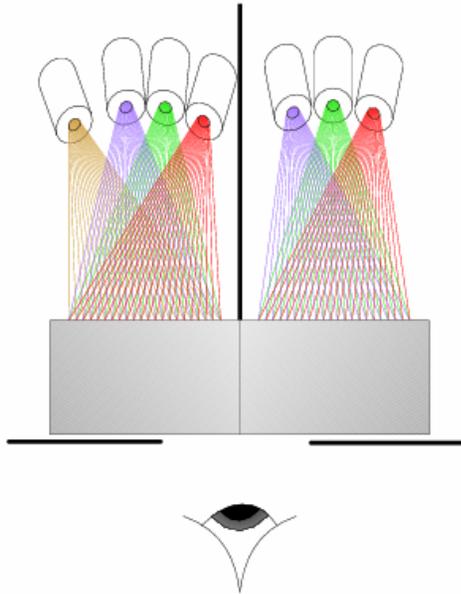
Funções de Reconstrução de Cor

- Uma vez que se conheça a resposta espectral do sistema, prova-se que:

$$C_r(\lambda) = \sum_{k=1}^n c_k P_k(\lambda), c_k = \int_0^{\infty} C(\lambda) r_k(\lambda) d\lambda$$

$r_k(\lambda)$ são as funções de reconstrução de cor.

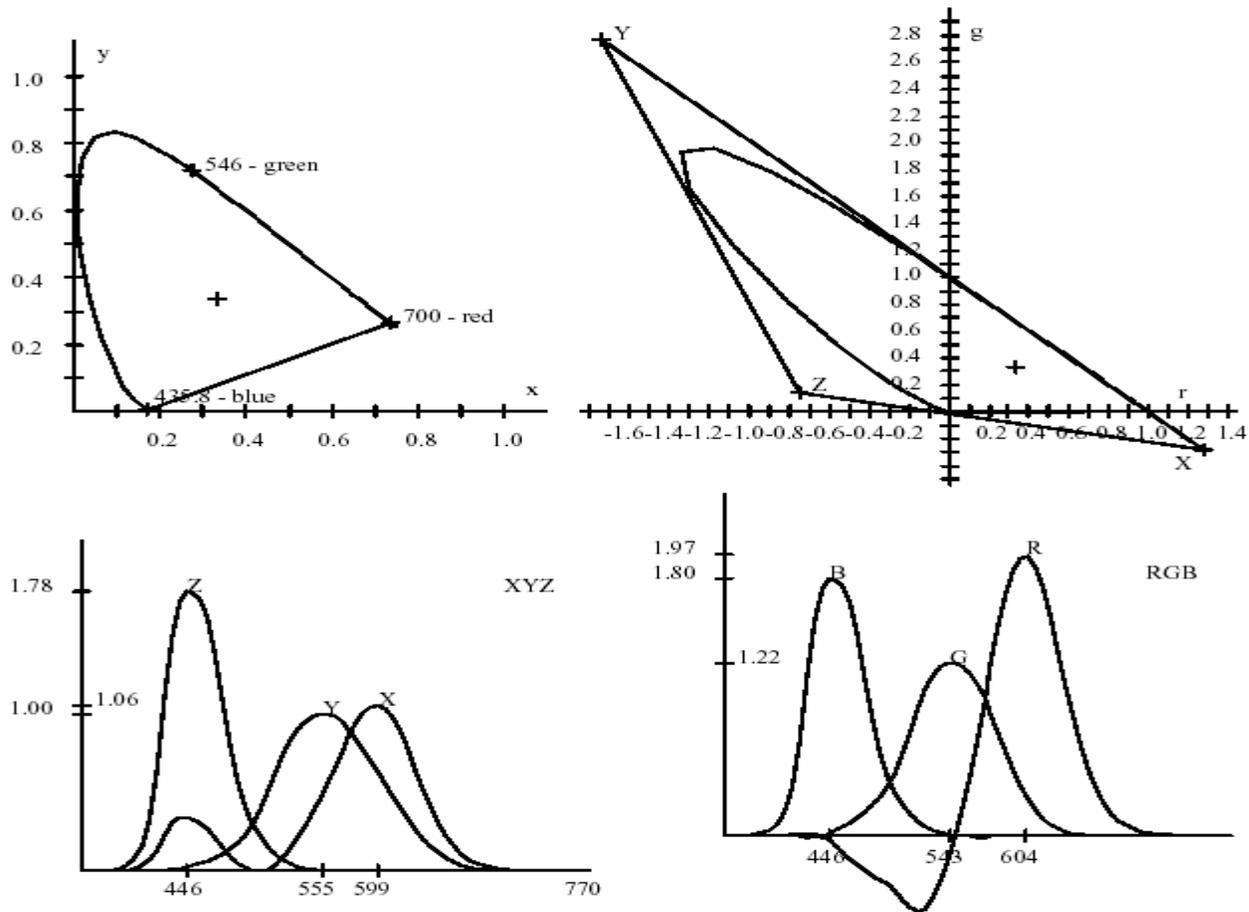
Resposta Espectral



cor espectral

- Cor espectral desconhecida à esquerda.
- Três cores padrão de cada lado.
- Intensidade de cada cor padrão varia de forma independente.

Diagrama de Cromaticidade



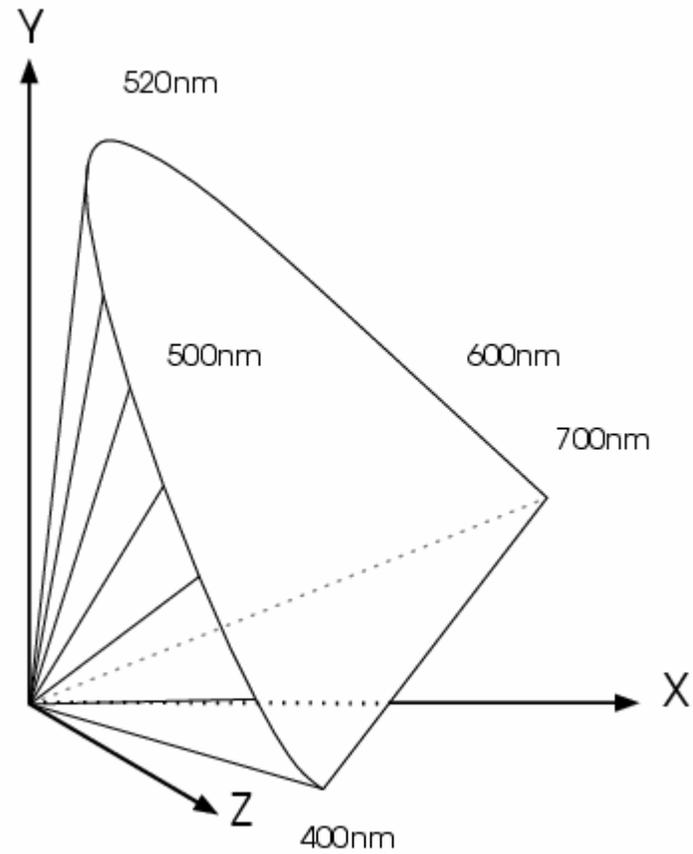
Intensidade Negativa?

- Podem haver cores que não são igualadas pelas três cores padrão apenas.
 - ◆ Nesse caso, adiciona-se uma cor padrão ao lado esquerdo também (correspondendo, matematicamente, a uma intensidade negativa).

Sólido de Cor

- Conjunto de todas as cores visíveis forma um cone convexo, chamado de sólido de cor.
 - ◆ Combinação convexa de duas distribuições espectrais é uma distribuição espectral.
 - ◆ Cada distribuição espectral corresponde a um único ponto no espaço de cor.
 - ◆ Aplicação de representação é linear.
 - ◆ Espaço de cor é o conjunto das retas que passam pela origem.

Sólido de Cor



Propriedades

- $C(\lambda)$ é cor visível $\Rightarrow t C(\lambda)$ é cor visível.
 - ♦ $R(t C(\lambda)) = t R(C(\lambda))$.
- $C_1(\lambda)$ e $C_2(\lambda)$ são cores visíveis $\Rightarrow (1-t) C_1(\lambda) + t C_2(\lambda)$, $t \in [0,1]$, é cor visível.
 - ♦ $R((1-t) C_1(\lambda) + t C_2(\lambda)) = (1-t) R(C_1(\lambda)) + t R(C_2(\lambda))$.

Diagrama de Cromaticidade

- Projeta-se radialmente o sólido de cor no plano de Maxwell: $x + y + z = 1$.
 - ◆ A interseção do sólido de cor com o plano de Maxwell é uma curva convexa.
 - ◆ Cores espectrais correspondem a pontos na fronteira do diagrama de cromaticidade.

Coordenadas de Cromaticidade

- Reta que passa pela origem e por uma cor C .
 - ♦ $\{p; p = tC, t \in R\}$.
- Projeção $c = (c_r, c_g, c_b)$ no plano de Maxwell impõem $c_r + c_g + c_b = 1$.
- $t(C_r + C_g + C_b) = c_r + c_g + c_b = 1 \Rightarrow t = 1 / (C_r + C_g + C_b)$
 $\Rightarrow c_i = C_i / (C_r + C_g + C_b)$.

Luminância

- Dada uma luz monocromática com potência constante de 1W, como varia a resposta do olho a este estímulo, em função do comprimento de onda?
 - ♦ A resposta é máxima para $\lambda = 555$ nm (verde).
- Luz monocromática com $\lambda = 555$ nm e 1W de potência produz 680 lumens.
- A constante $K(\lambda) = 680 V(\lambda)$ lm/W permite converter de watts para lumens.

Cálculo da Luminância

- Luminância é uma grandeza colorimétrica que corresponde aos termos perceptuais de **brilho** (emissores) ou **luminosidade** (refletores).
- Luminância é um funcional linear.

$$L : \zeta = \mathfrak{R}^3 \rightarrow \mathfrak{R}$$

$$L(C(\lambda)) = K(\lambda) \int_0^{\infty} C(\lambda) V(\lambda) d\lambda$$

$$L(C(\lambda)) = \langle L, c \rangle = \langle (0.177, 0.812, 0.016), (c_r, c_g, c_b) \rangle$$

Decomposição Crominância- Luminância

- Coordenadas de cromaticidade captam a noção da **matiz** de uma cor.
- Juntamente com a informação de intensidade ou luminância determinam unicamente uma cor.

Núcleo do Funcional de Luminância

- Todo vetor de um espaço vetorial pode ser escrito, de modo único, como soma direta de um vetor do núcleo de um funcional linear e de um vetor pertencente a um espaço complementar ao núcleo.

$$\ker(L) = \{c \in \mathfrak{R}^3 : L(c) = 0\}$$

$$c = \ker(L) \oplus \ell, c = c_c + c_l$$

Propriedade

- Dimensão do núcleo mais a dimensão da imagem de uma transformação linear é igual a dimensão do domínio da transformação.
 - ♦ Seja $L : \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}^m$. Então,
 - $\dim(\ker(L)) + \dim(\text{Im}(L)) = n$.
 - ♦ Logo, a dimensão do núcleo do operador de luminância é igual a 2.

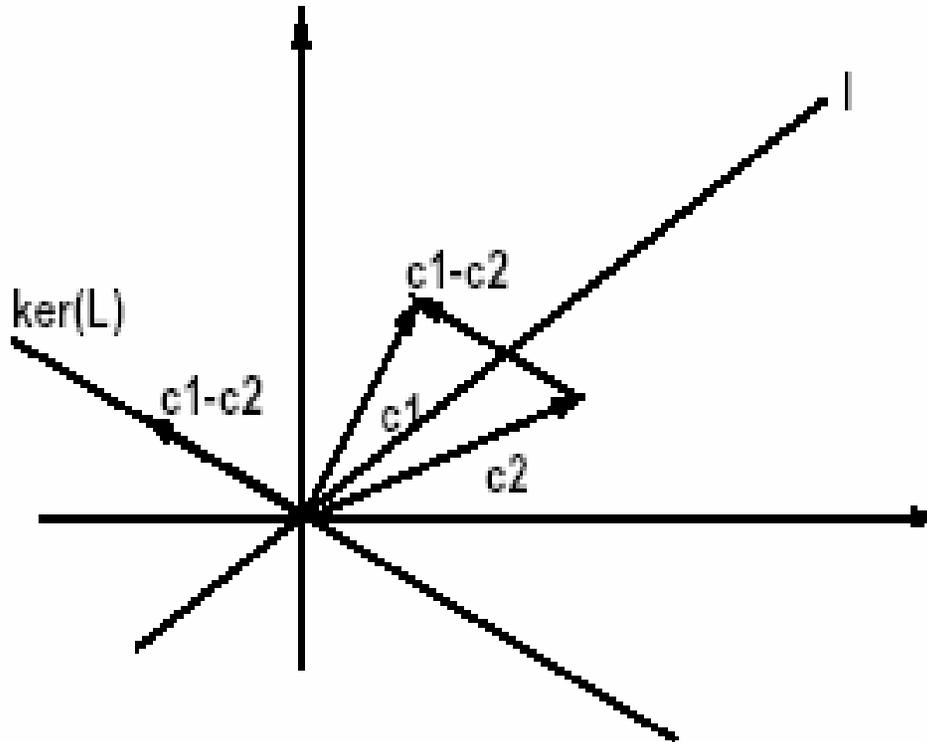
Plano de Crominância

- Se duas cores tem a mesma luminância, então elas estão em um hiperplano afim, paralelo ao núcleo do operador de luminância.

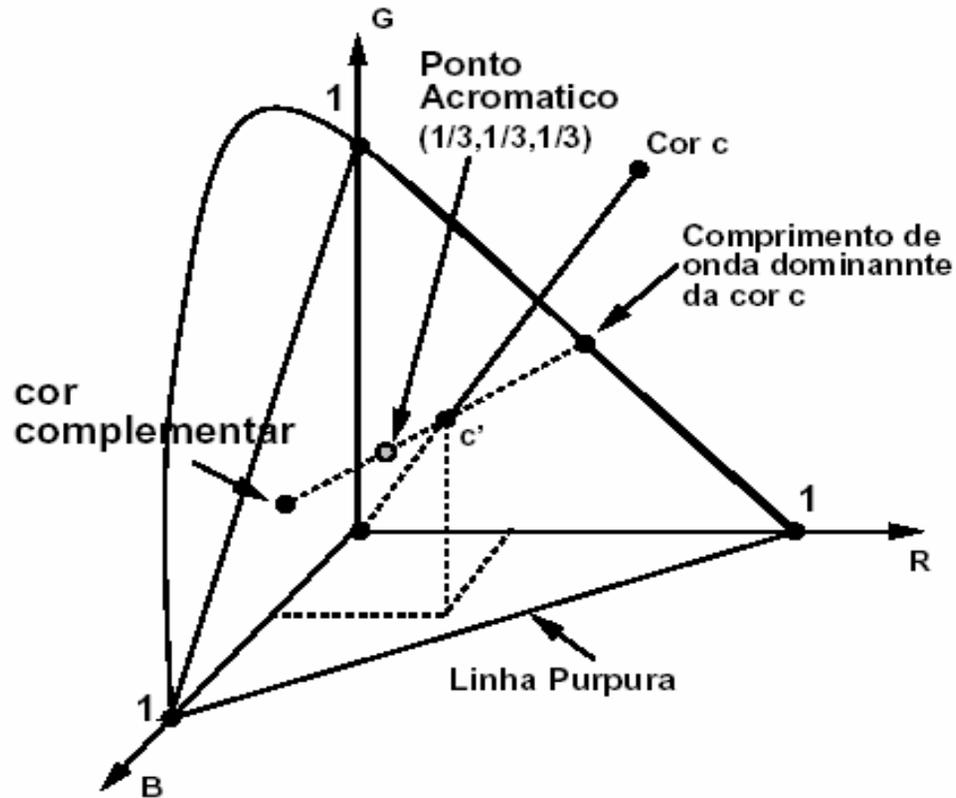
$$L(c_1 - c_2) = 0 \implies c_1 - c_2 \in \ker(L)$$

- Cada hiperplano afim paralelo ao núcleo do operador de luminância é chamado de um hiperplano de crominância (luminância constante).

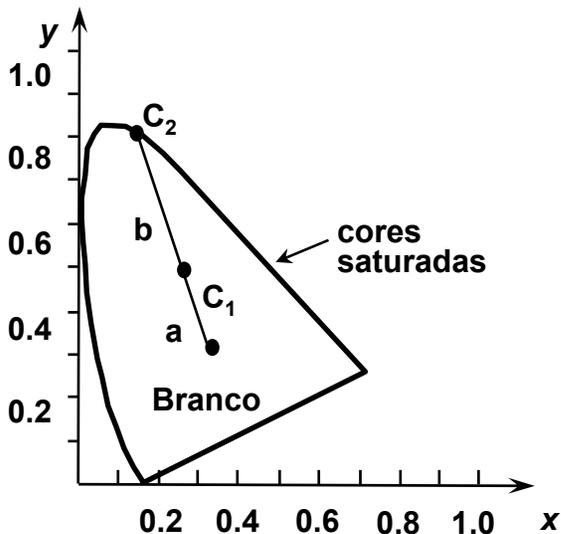
Núcleo do Operador de Luminância



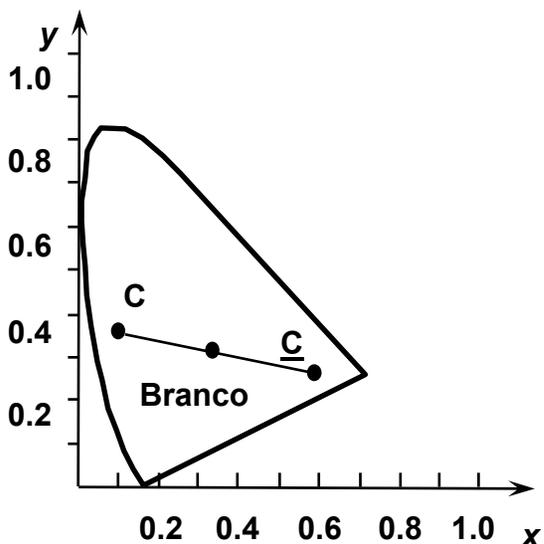
Cor Dominante e Complementar



Saturação e Cor Complementar no Diagrama de Cromaticidade xy



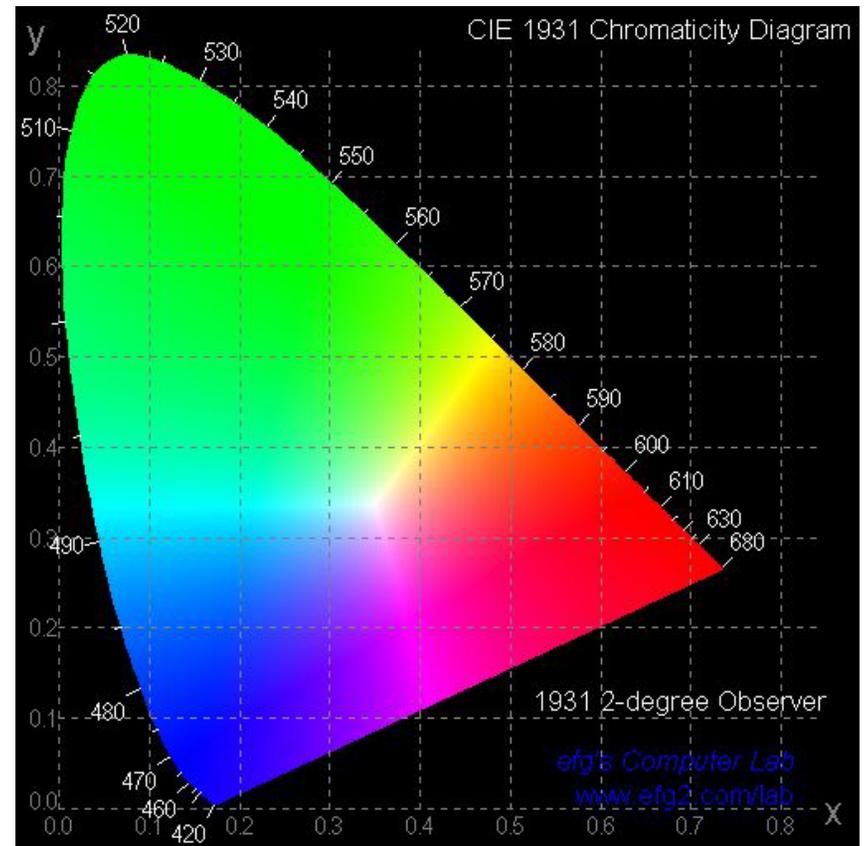
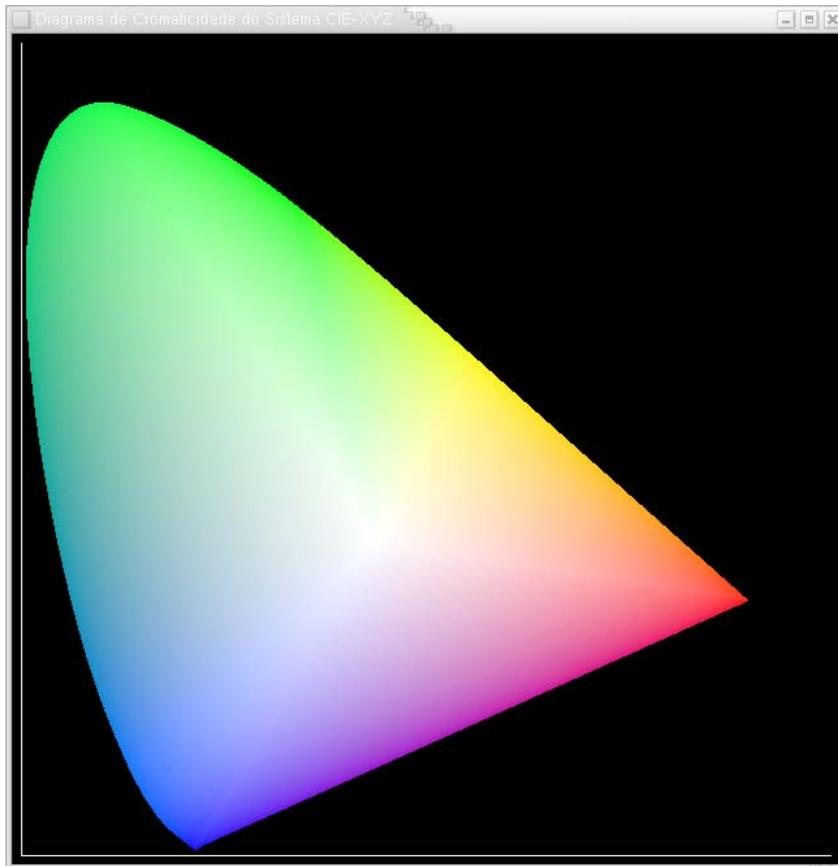
$$\text{saturação de } C_1 = \frac{a}{a + b}$$



C é complementar a C

$$\alpha \underline{C} + \beta C = \text{Branco}$$

Diagrama de Cromaticidade XYZ



Padrão CIE

- CIE – Commission Internationale de L'Éclairage (criada em 1913).
- Padrão CIE-RGB (1931) apresenta coordenadas negativas.
- Padrão CIE-XYZ foi criado para evitar coordenadas negativas.
 - ♦ Primárias não estão contidas no sólido de cor.
- Conversão CIE-RGB para CIE-XYZ é uma mera mudança de sistema de coordenadas.

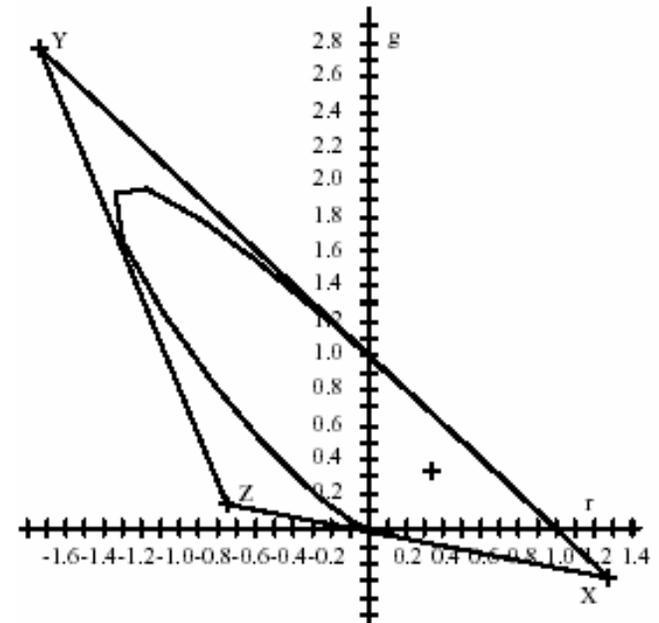
Bases CIE

- Bases CIE (vetores coluna).

rgb	x	y	z	xyz	r	g	b
r	1.2750	-1.7395	-0.7431	x	0.73467	0.27376	0.16658
g	-0.2779	2.7675	0.1409	y	0.26533	0.71741	0.00886
b	0.0029	-0.0280	1.6022	z	0.00000	0.00883	0.82456

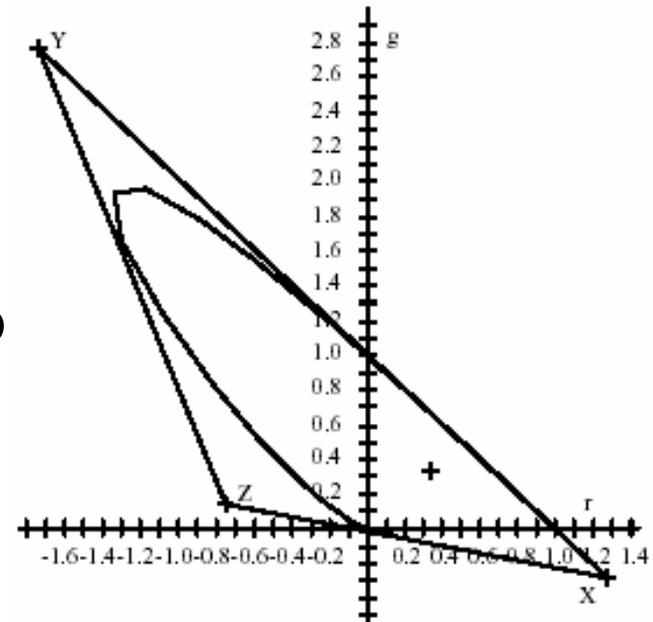
Criação do Sistema XYZ

- Duas cores primárias têm luminância zero.
- Informação de luminância na componente Y.
- Traça-se uma reta coincidente com o segmento quase retilíneo do diagrama de cromaticidade.
 - ♦ Interseção desta reta com a reta de luminância zero define a primária X.



Construção Geométrica

- As duas outras primárias ficam definidas traçando-se uma outra reta tangente ao diagrama de cromaticidade.
 - ◆ Esta reta minimiza a área do triângulo formado pela reta de luminância zero, a reta anterior e esta reta.
 - ◆ Z está sobre a reta de luminância zero.



Sistema xyY

- O diagrama de cromaticidade retira a luminância.
 - ◆ Cores relacionadas com luminância não aparecem (marrom = vermelho-alaranjado com luminância muito baixa).
- Coordenadas xyY permitem que se faça uso do diagrama de cromaticidade na especificação de cores.

Sistema xyY

$$x = \frac{X}{X+Y+Z}, y = \frac{Y}{X+Y+Z}, z = \frac{Z}{X+Y+Z}$$

$$X = \frac{x}{y}Y, y = Y, Z = \frac{z}{y}Y \Rightarrow (X, Y, Z) = Y \left(\frac{x}{y}, 1, \frac{1-x-y}{y} \right)$$

Conversão RGB-XYZ

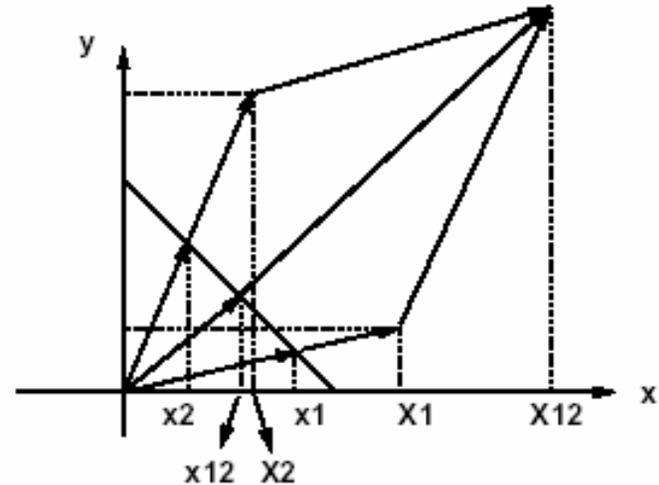
$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_r C_r & x_g C_g & x_b C_b \\ y_r C_r & y_g C_g & y_b C_b \\ (1 - x_r - y_r) C_r & (1 - x_g - y_g) C_g & (1 - x_b - y_b) C_b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R \\ G \\ B \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} C_r R \\ C_g G \\ C_b B \end{pmatrix},$$

onde, $C_r = X_r + Y_r + Z_r$; $C_g = X_g + Y_g + Z_g$; $C_b = X_b + Y_b + Z_b$

- Dispõem-se das coordenadas de cromaticidade xyz .
 - ♦ C_r, C_g, C_b escalam apropriadamente os vetores da base.
- É necessário que se conheçam as coordenadas tricromáticas de um ponto.

Branco Padrão

- Normalmente, usam-se as coordenadas tricromáticas (X_w, Y_w, Z_w) do branco padrão de referência: $(R_w, G_w, B_w) = (1, 1, 1)$.



$$\begin{pmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} C_r \\ C_g \\ C_b \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} C_r \\ C_g \\ C_b \end{pmatrix} = M^{-1} \begin{pmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \end{pmatrix} .$$

Matriz de Conversão

- Fazendo as contas usando $(X_w, Y_w, Z_w) = (R_w, G_w, B_w) = (1, 1, 1)$, obtém-se:

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.489989 & 0.310008 & 0.200003 \\ 0.176962 & 0.812400 & 0.010638 \\ 0.000000 & 0.009999 & 0.990001 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R \\ G \\ B \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} R \\ G \\ B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2.364666 & -0.896583 & -0.468083 \\ -0.515155 & 1.426409 & 0.088746 \\ 0.005203 & -0.014407 & 1.009204 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}.$$

Sistemas de Cor

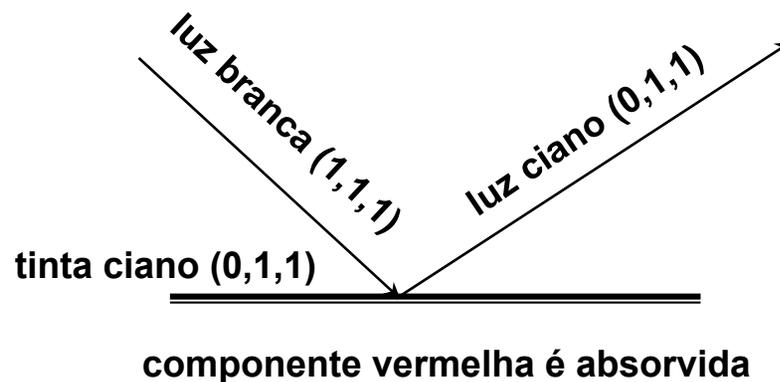
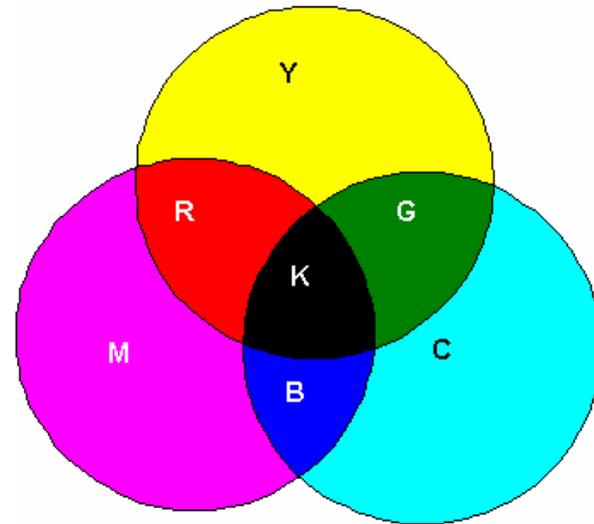
- Espaço de cor + sistema de coordenadas.
 - ◆ Sistemas Padrão.
 - ◆ Sistemas dos Dispositivos.
 - ◆ Sistemas Computacionais.
 - ◆ Sistemas de Interface.

Sistemas Padrão

- Independentes de dispositivos físicos.
- CIE-RGB.
 - ♦ 700 $m\mu$ (Red), 546 $m\mu$ (Green), 435.8 $m\mu$ (Blue).
- CIE-CMY.
 - ♦ Ciano (azul piscina), Magenta (violeta), Amarelo.
- CIE-XYZ.

Sistema CMY

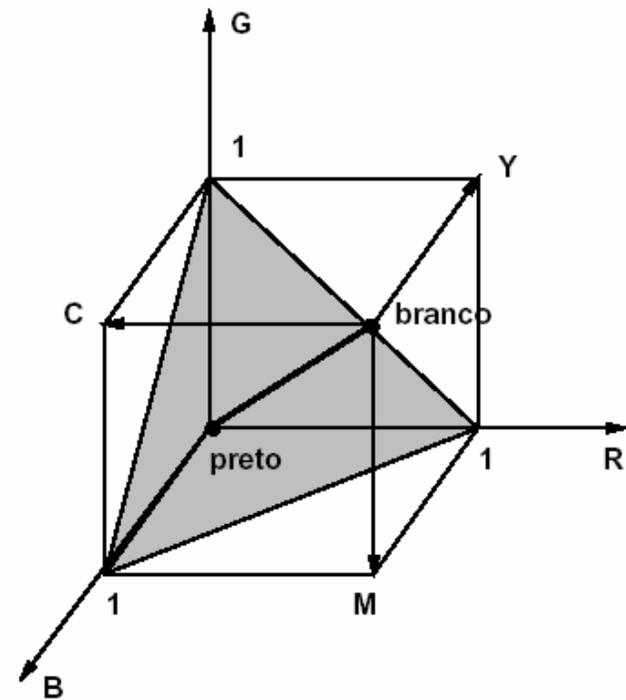
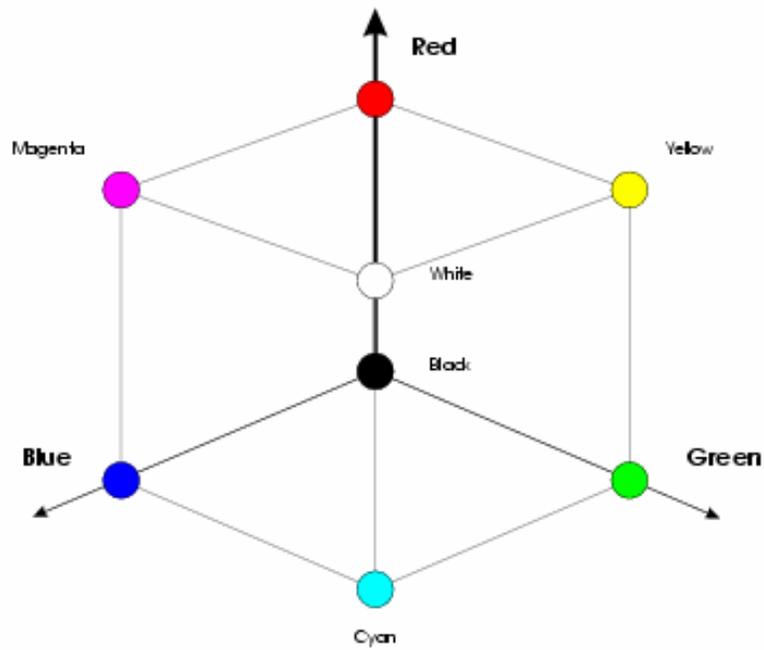
- Sistema das Impressoras.
 - ♦ CMY ou CMYK.
- Processo predominantemente subtrativo.



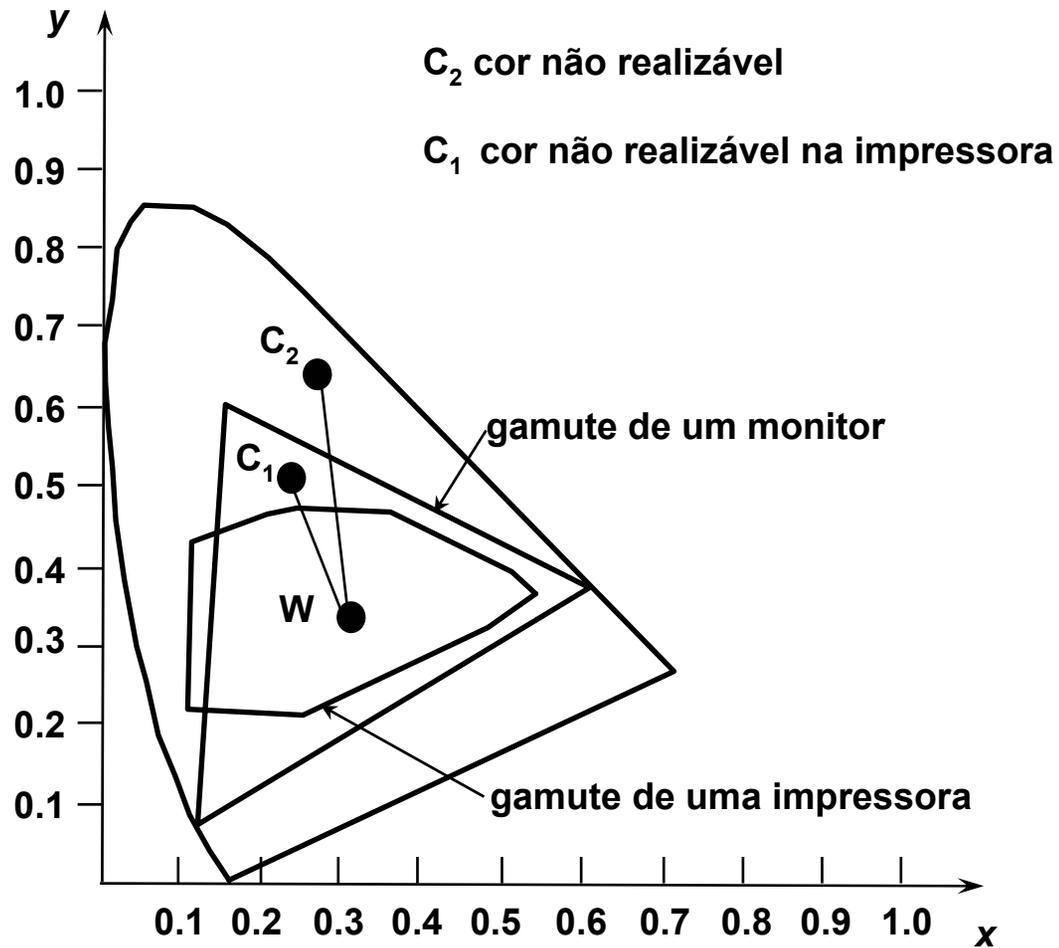
Sistemas dos Dispositivos

- Subconjunto do sólido de cor.
 - ◆ Contém todas as cores que podem ser geradas pelo dispositivo (combinação convexa da base de primárias do dispositivo).
- Forma de paralelepípedo e as faces são paralelogramos.
- Mudando-se as coordenadas ganha a forma de um **cubo**.

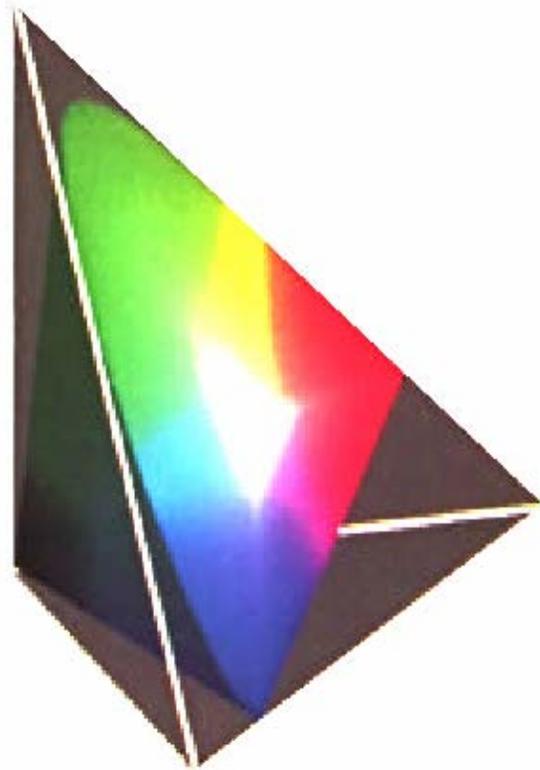
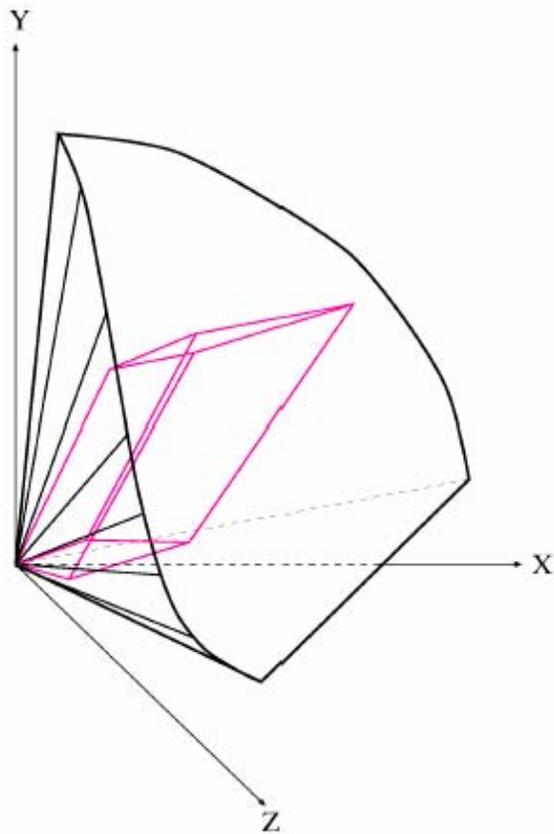
Cubo RGB



Gamutes



Gamute



Sistemas Computacionais

- Utilizados para **síntese** de imagens.
- Não são adequados à especificação de cor por um usuário.
- Pode ter dimensão maior do que três.

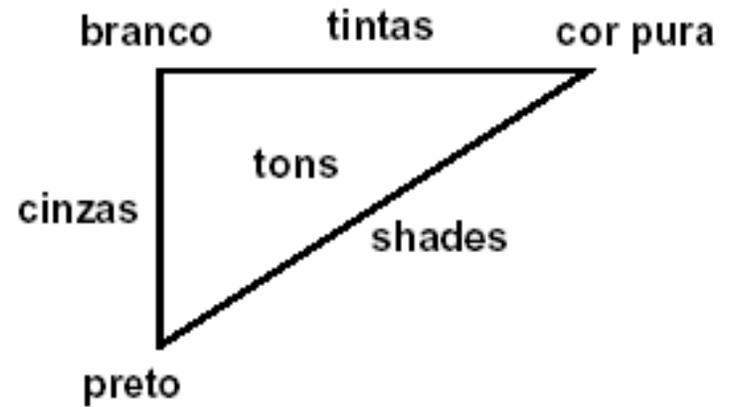
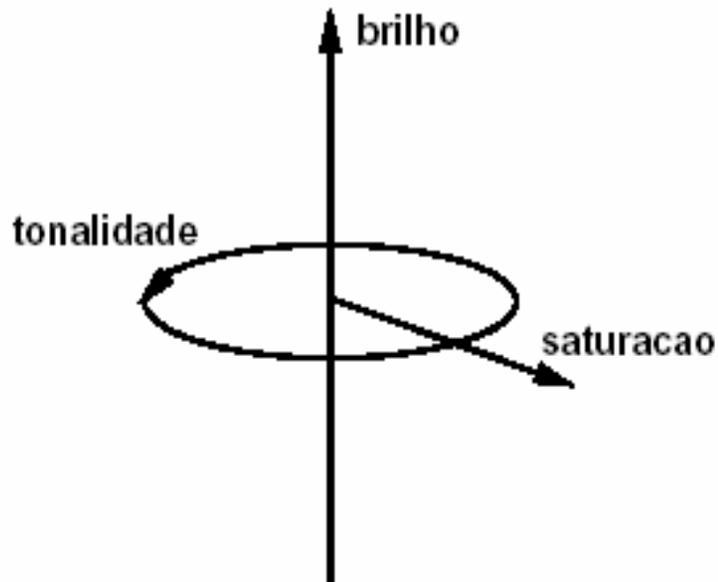
Sistemas de Interface

- Oferecem uma **interface** adequada a especificação de cores por um usuário comum.
- Em geral, especificam cores através de três parâmetros: matiz, saturação e luminância.

Tipos de Sistema de Interface

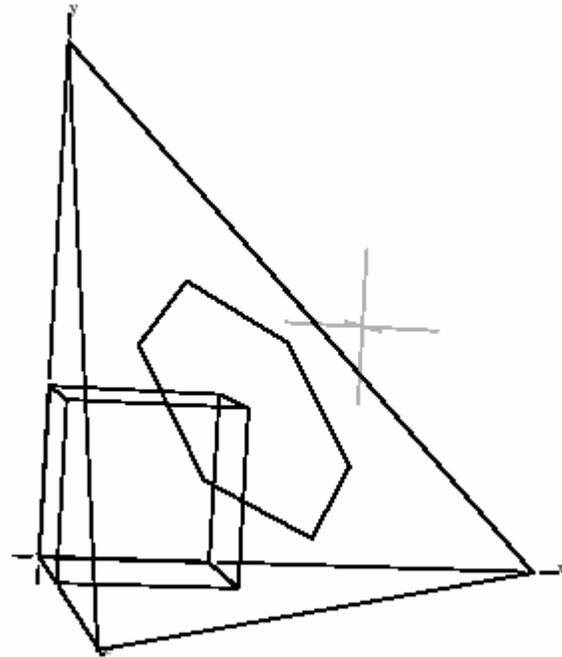
- Baseados em **coordenadas**: HSV, HSL.
- Baseados em **amostras**: Pantone, Munsell.

Paradigmas de Cor

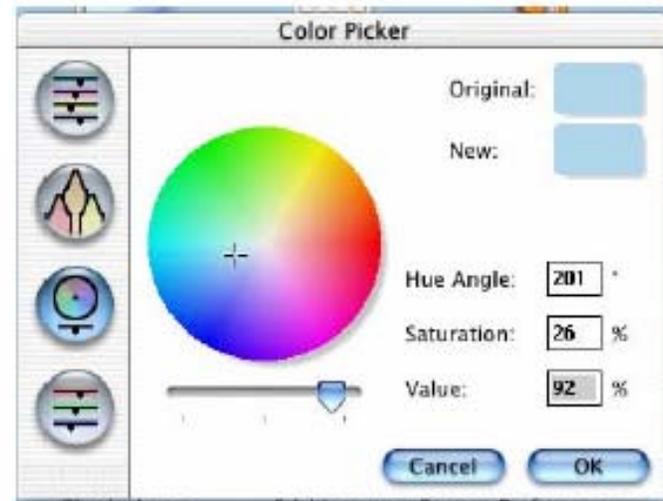
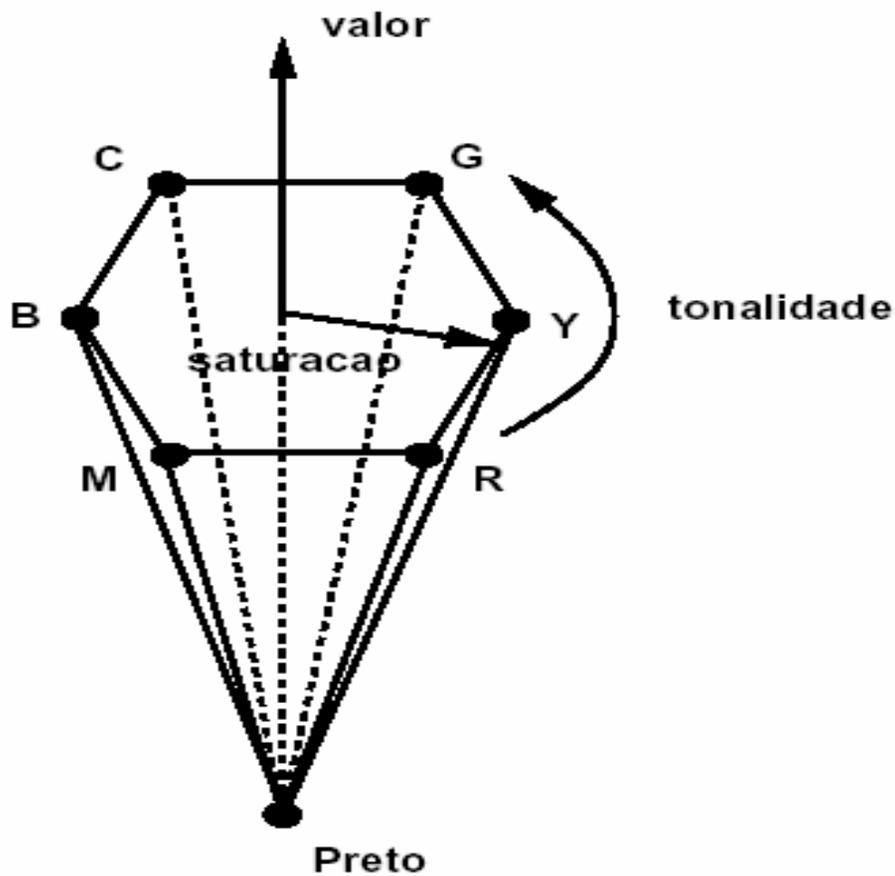


Sistema HSV

- Criado por Alvy Ray Smith.
- Projeta o cubo RGB ortogonalmente sobre o plano: $x + y + z = 3$.
- Conversão para RGB não é uma transformação linear.

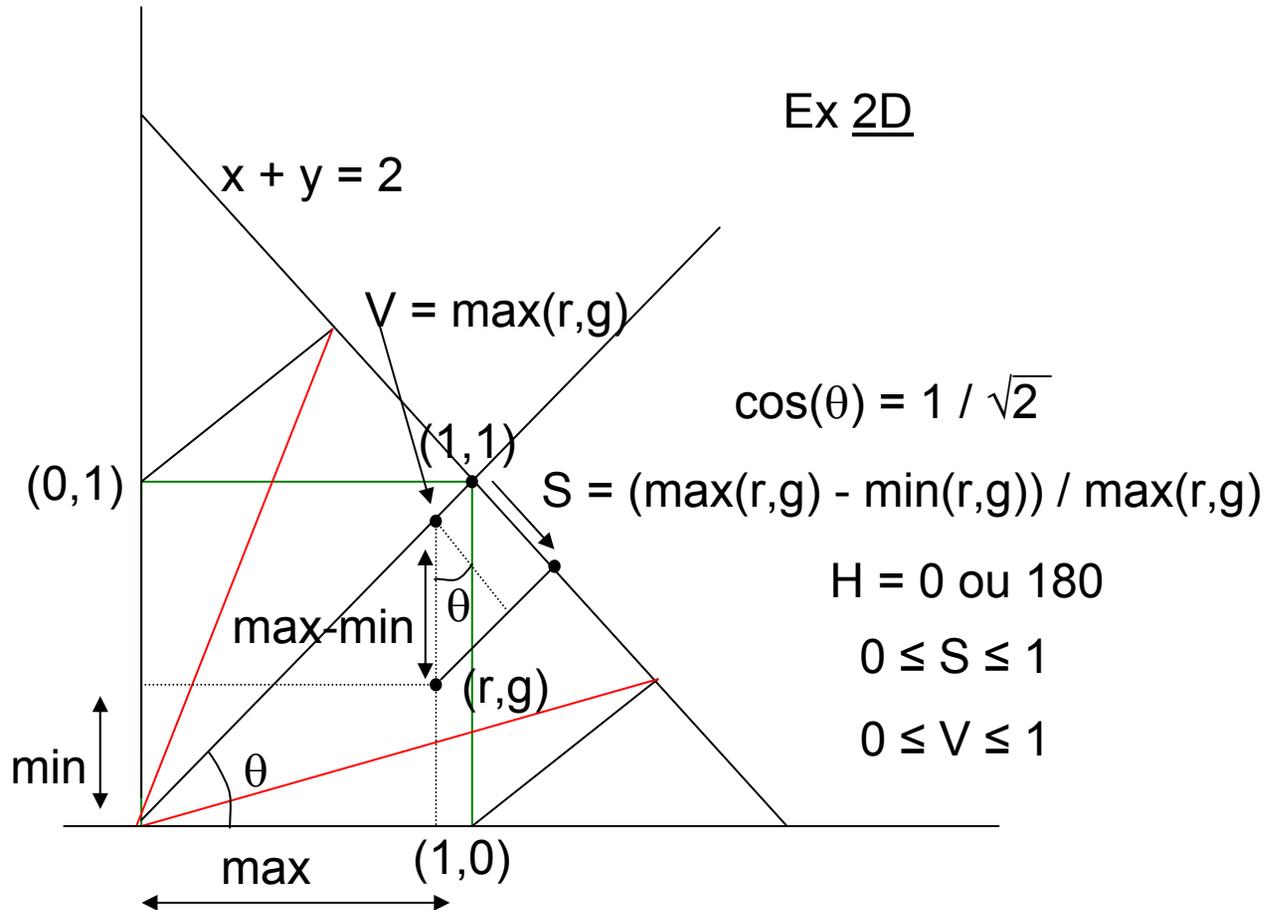


Visualização do Sistema HSV



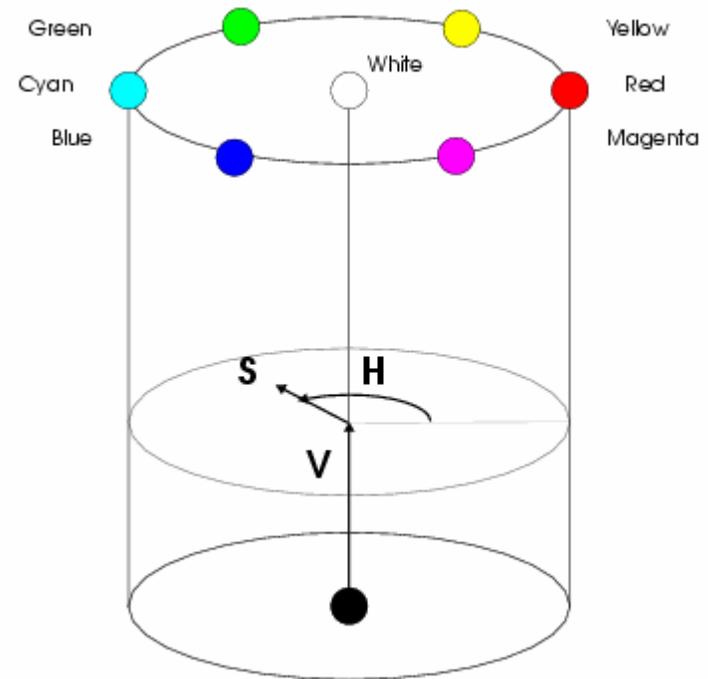
HSV color picker from Mac OS X's Finder

Conversão RGB-HSV

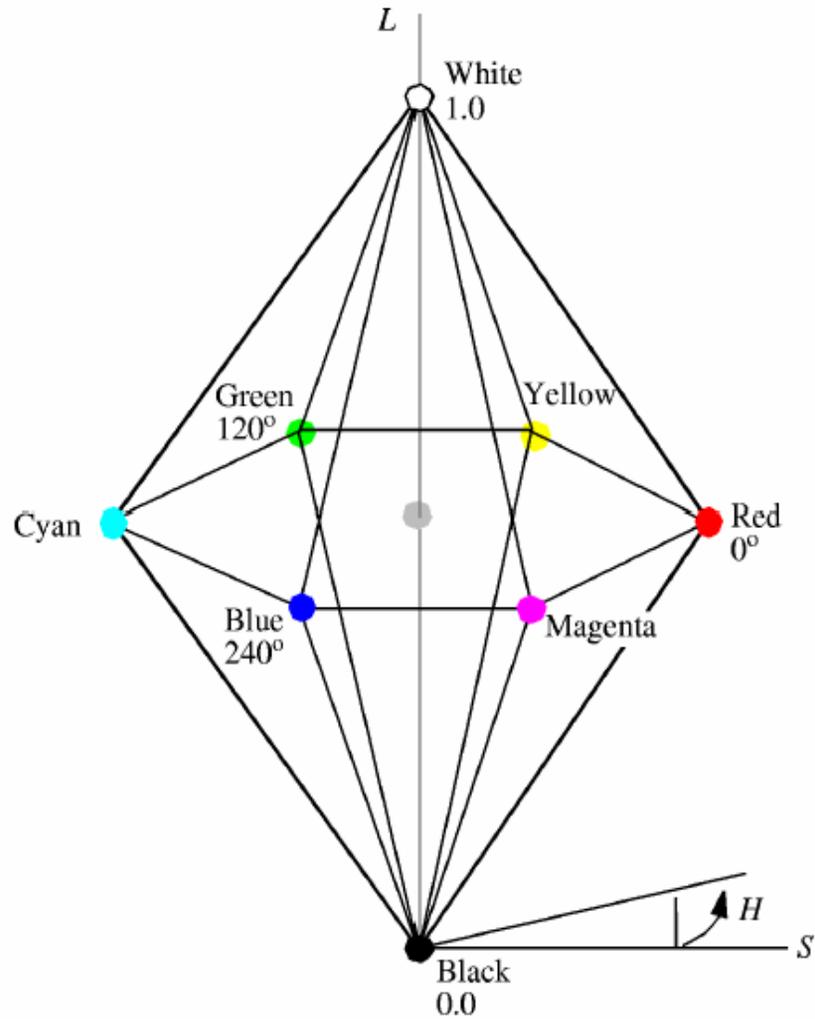


Sistema HSL

- Sistema
 - H (Hue)
 - S (Saturation)
 - L (Lightness)
 - ◆ Patenteado pela Tektronix.
- Baseado no HSV.



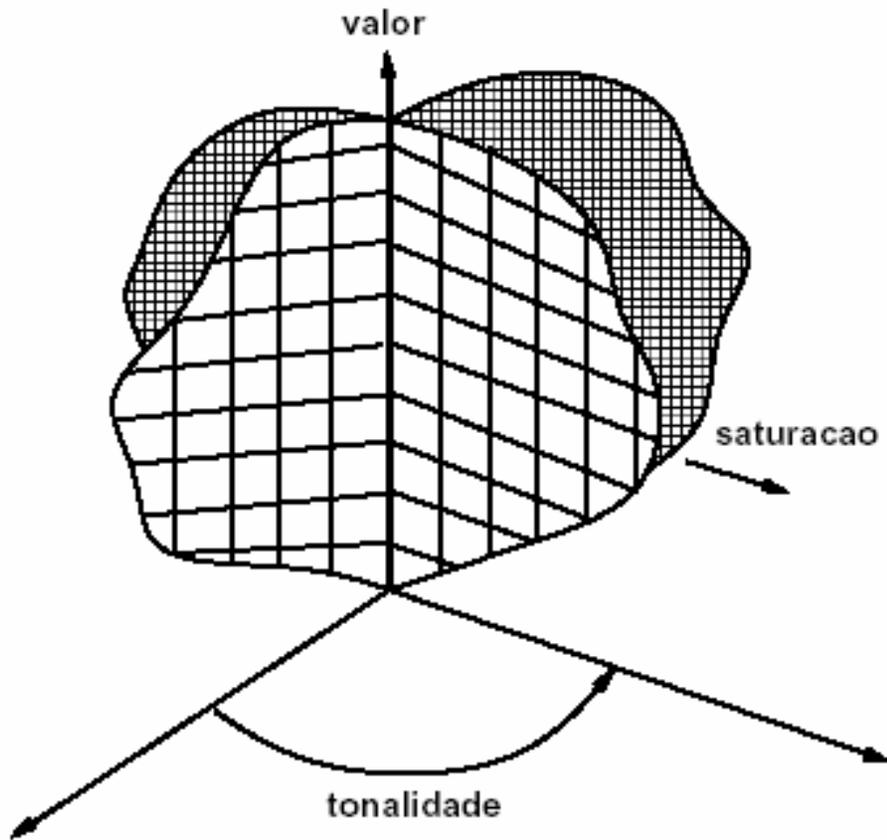
Sistema HSL



Sistemas Baseados em Amostras

- Amostram matizes, saturação e luminância.
- Sistema de Munsell (1915).
 - ◆ Obedece o critério da uniformidade perceptual.
- Sistema Pantone (1960).
 - ◆ Criado pela indústria gráfica.
 - ◆ Usado no processo de impressão em papel.

Sistema de Munsell



Correção Gama

- Assume luminância proporcional à voltagem.
 - ◆ Mas não é !!
 - ◆ Luminância \propto a potência do feixe de elétrons.
- Luminância \propto Voltagem $^\gamma$.
 - ◆ γ entre 1.5 e 3.0 (depende do monitor).
 - ◆ Deve pré-compensar valores RGB.
- Alguns monitores fazem a correção gama por hardware, outros não.